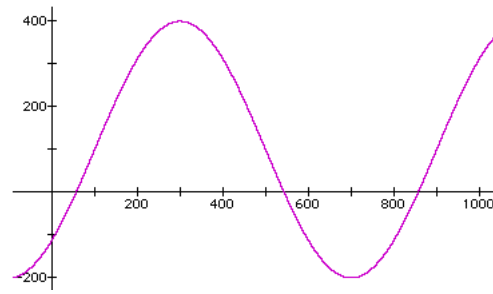
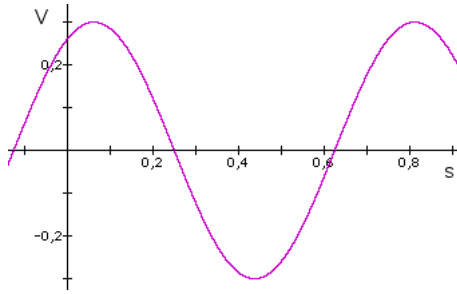


A11-1- Écrire l'équation analytique de $v(t)$:



A11-2- Soit $u(t) = 230\sqrt{2} \sin(2790t - 0,52)$.

- Calculer l'amplitude, la pulsation, la fréquence, la période de $u(t)$.
- Calculer les instants t_1 où $u(t)$ s'annule pour la 1ère fois et t_2 où $u(t)$ est maximale pour la 1ère fois.
- Soit $v(t) = 200 \sin(2790t + 1,57)$. Calculer le décalage horaire Δt séparant $v(t)$ par rapport à $u(t)$.

A11-3- Convertir les nombres complexes suivants :

- forme trigonométrique $[\rho ; \varphi] \rightarrow$ forme algébrique $(a + jb)$: $[5,6 ; 30^\circ]$, $[0,012 ; 230^\circ]$
- forme algébrique \rightarrow forme trigonométrique : $(2 - j 4)$, $(0,0129 + j 0,045)$, $(-4,61 + j 8)$

A11-4- Calculer sous forme algébrique :

- $[9 ; 53,1^\circ] + (5 + j 3)$
- $(1,38 + j 1,16) / (4,53 - j 2,11)$
- $[4 ; -30^\circ] - [3 ; 15^\circ]$

sous forme trigonométrique :

- $[6 ; 45^\circ] \cdot [8 ; -60^\circ]$
- $(-7 + j 2) - [4 ; 25^\circ]$
- $(4,17 + j 3,45) \cdot (-6,02 - j 5,59)$

A11-5- Tracer les vecteurs de Fresnel correspondant respectivement aux cas a), c) et e) de l'exercice A11-4.

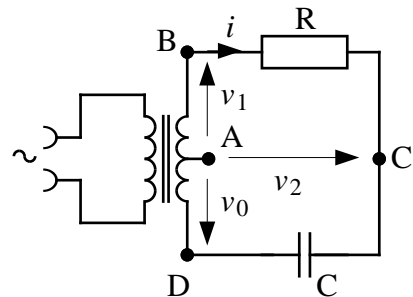
A11-6- a) Représenter dans un diagramme de Fresnel les tensions suivantes : $v_1 = 10 \sin(\omega t + 45^\circ)$, $v_2 = 5 \sin(\omega t + 30^\circ)$, $v_3 = -5 \cos(\omega t)$, $v_4 = 7,5 \cos(2\omega t - 60^\circ)$.

- Tracer les vecteurs représentant les tensions $v_3 - v_2$, $v_2 - v_1$ et $v_1 - v_3$. Conclusion.
- Vérifier les résultats obtenus par la méthode des amplitudes complexes. Conclusion.

A11-7- Un transformateur à point milieu délivre deux tensions v_1 et v_0 telles que :

$$v_1 = V \sin \omega t = -v_0 .$$

- Ecrire la loi des mailles pour la maille ABCDA et pour la maille ABCA (en notation complexe).
- Tracer le diagramme de Fresnel représentant \underline{I} , \underline{V}_0 , \underline{V}_1 , \underline{V}_2 .
- Soit φ le déphasage de v_2 par rapport à v_1 . Préciser si v_2 est en retard ou en avance par rapport à v_1 .
- Exprimer φ en fonction de R , C , et ω .
- A. N. : calculer φ si $R = 6600 \Omega$, $C = 10 \text{ nF}$, $f = 1 \text{ kHz}$.
- En déduire l'expression instantanée de $v_2(t)$.



REPONSES

A11-1-

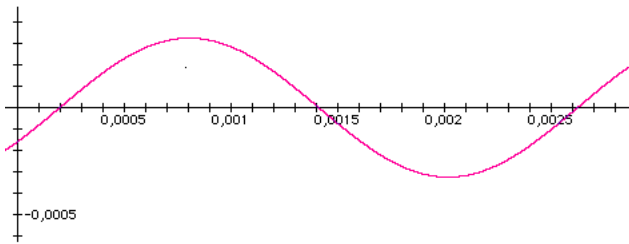
$$a) v(t) = 0,3 \sin\left(\frac{2\pi}{0,75}t + \frac{\pi}{3}\right)$$

$$b) \text{!} \text{ présence d'une composante continue : } v(t) = 100 + 300 \sin\left(\frac{2\pi}{0,8}t - \frac{\pi}{4}\right)$$

A11-2-

$$U = 325V ; \omega = 2790 \text{ rad/s} ; f = 444\text{Hz} ; T = 2,252\text{ms}$$

$$t_1 = \frac{0,52}{2790} = 0,19\text{ms} \Rightarrow t_2 = t_1 + \frac{T}{4} = 0,19 + \frac{2,252}{4} = 0,75\text{ms}$$



$$\Delta t = \frac{1,57 - (-0,52)}{2790} = 0,75\text{ms}$$

A11-3-

$$a) [5,60 ; 30^\circ] = 4,85 + j 2,80$$

$$[0,012 ; 230^\circ] = -0,00771 - j 0,00919$$

$$b) 2 - j 4 = [4,47 ; -63,4^\circ]$$

$$0,0129 + j 0,045 = [0,0468 ; 74^\circ]$$

$$-4,61 + j 8 = [9,23 ; \text{!} 120^\circ \text{ car } a < 0]$$

A11-4-

$$a) [9 ; 53,1^\circ] + (5 + j 3) = 10,4 + j 10,2$$

$$b) (1,38 + j 1,16) / (4,53 - j 2,11) = 0,152 + j 0,327$$

$$c) [4 ; -30^\circ] - [3 ; 15^\circ] = 0,566 - j 2,78$$

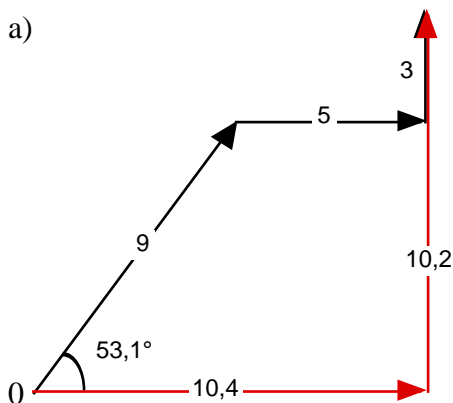
$$d) [6 ; 45^\circ] \cdot [8 ; -60^\circ] = [48 ; -15^\circ]$$

$$e) (-7 + j 2) + [-4 ; 25^\circ] = [10,6 ; 178,3^\circ]$$

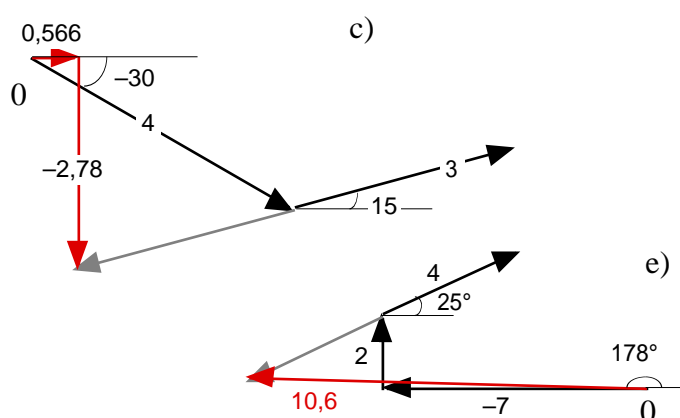
$$f) (4,17 + j 3,45) \cdot (-6,02 - j 5,59) = [44,5 ; -97,5^\circ]$$

A11-5-

a)

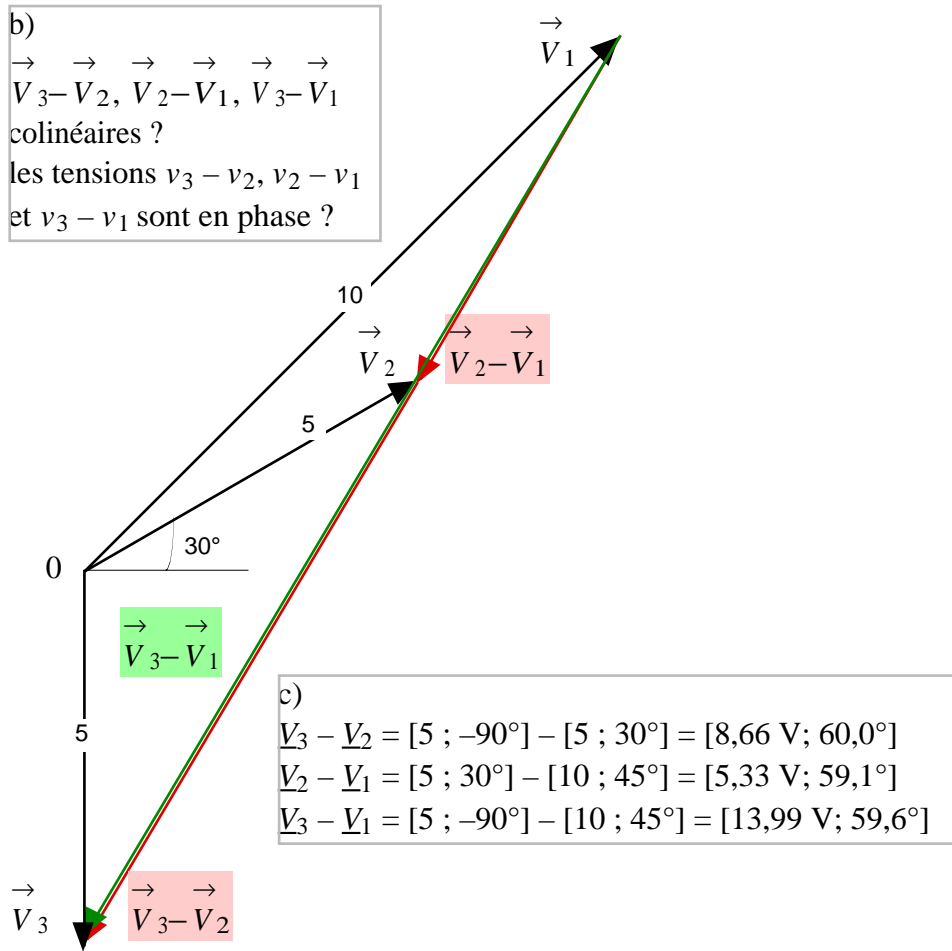


c)



A11-6- a) ! Il est impossible de représenter sur un même diagramme v_4 avec v_1 , v_2 , et v_3 car la pulsation de v_4 est double de la pulsation des autres tensions.

! Il faut une représentation analytique identique pour les trois tensions v_1 , v_2 et v_3 . Cette dernière tension sera donc écrite : $v_3 = -5 \cos(\omega t) = -5 \sin(\omega t + 90^\circ) = 5 \sin(\omega t - 90^\circ)$



Ces calculs vérifient globalement le diagramme de Fresnel. Toutefois, on obtient par le calcul un résultat plus précis : les vecteurs $\vec{V}_3 - \vec{V}_2, \vec{V}_2 - \vec{V}_1, \vec{V}_3 - \vec{V}_1$ ne sont pas exactement colinéaires !

A11-7- a) maille ABCDA : $\underline{V}_1 - R\underline{I} - \underline{I} / jC\omega - \underline{V}_0 = 0 \Rightarrow \underline{V}_1 - \underline{V}_0 = 2\underline{V}_1 = R\underline{I} + \underline{I} / jC\omega$

maille ABDA : $\underline{V}_1 - R\underline{I} - \underline{V}_2 = 0 \Rightarrow \underline{V}_1 = R\underline{I} + \underline{V}_2$

c) $\varphi < 0 \Rightarrow$ retard de \underline{V}_2 par rapport à \underline{V}_1

d) maille ABCDA : soit $\underline{Z} = R + \frac{1}{jC\omega} \Rightarrow 2\underline{V}_1 = \underline{Z} \cdot \underline{I} \Rightarrow \underline{I} = \frac{2\underline{V}_1}{\underline{Z}}$

maille ABDA : $\underline{V}_2 = \underline{V}_1 - R \cdot \underline{I} = \underline{V}_1 - R \frac{2\underline{V}_1}{\underline{Z}} = \underline{V}_1 \left(1 - \frac{2R}{\underline{Z}} \right)$

$\Rightarrow \frac{\underline{V}_2}{\underline{V}_1} = 1 - \frac{2R}{\underline{Z}} = 1 - \frac{2R}{R + \frac{1}{jC\omega}} = \frac{1 - jRC\omega}{1 + jRC\omega}$

(circuit appelé réseau déphaseur ou filtre "passe-tout")

$\varphi = \text{Arg}(\underline{V}_2) - \text{Arg}(\underline{V}_1) = -2 \text{Arctg}(RC\omega) = -45^\circ$

f) $v_2(t) = V \sin(\omega t - 45^\circ)$

