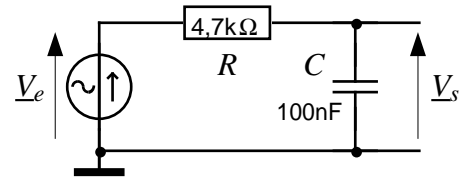


## A14 - Filtrage Analogique

### I- Fonction de transfert en tension du circuit RC à vide

#### 1) Etude expérimentale

Le GBF délivre une tension sinusoïdale de fréquence comprise entre 50 et 10000 Hz. Un oscilloscope visualise  $v_e$  et  $v_s$ . Les valeurs efficaces des tensions sont mesurées avec des voltmètres en position AC.



##### a) Qualitative (voltmètres inutiles)

Faire varier la fréquence  $f$  de 50 à 10000 Hz. Que devient la tension de sortie ? Conclusion : quelle est la nature de ce filtre ? (passe-bas ? passe-haut ?)

*Application* : soit  $v_e(t) = E + V_{\text{eff}}\sqrt{2}\sin 2\pi ft$ , où  $E$  est une composante continue obtenue à l'aide du réglage d'*offset* du GBF (tension continue de décalage ajoutée à la tension sinusoïdale). Soit  $E = 1,5\text{V}$  ;  $V_{\text{eff}} = 3\text{V}$  ;  $f = 5\text{kHz}$ . Relever  $v_e$  et  $v_s$ . Exprimer  $v_s(t)$ . Quel rôle ce circuit joue-t-il vis à vis de la tension  $v_e$  ?

##### b) Quantitative

Supprimer la composante continue. Régler le GBF de façon à fournir une tension sinusoïdale pure de valeur efficace  $V_{\text{eff}} \approx 1\text{V}$  par exemple.

- Pour diverses valeurs de  $f$  (*valeurs convenablement choisies*), mesurer  $V_{e,\text{eff}}$ ,  $V_{s,\text{eff}}$ , ainsi que le déphasage  $\varphi$  de  $v_s$  par rapport à  $v_e$ . Calculer  $T_1 = \frac{V_{s,\text{eff}}}{V_{e,\text{eff}}}$  puis  $G_{\text{dB}} = 20 \log T_1$ . Faire un tableau de mesures.

- Tracer sur papier semi-logarithmique les courbes de gain  $G$  et de phase  $\varphi$ , en fonction de  $f$  (Hz).

- Relever graphiquement la fréquence de coupure  $f_c$  à  $-3\text{dB}$ .

- Mesurer directement la fréquence de coupure du filtre à  $-3\text{dB}$ . *Pour cela, faire varier la fréquence du GBF jusqu'à ce que la tension de sortie du filtre soit égale à 70% de sa tension d'entrée.*

#### 2) Etude théorique

a) En utilisant la règle du pont diviseur de tension, établir l'expression littérale du rapport  $T_1 = V_s/V_e$  (rapport appelé "fonction de transfert" du filtre) en fonction de  $R$ ,  $C$  et  $\omega$ .

b) On pose  $\omega_1 = 2\pi f_1 = 1/RC$  ( $\omega_1$  : pulsation propre ;  $f_1$  : fréquence propre). Exprimer  $T_1$  en fonction de  $\omega$  et  $\omega_1$ , puis en fonction de  $f$  et  $f_1$ . (dans l'expression de  $T_1$ , on fera apparaître les rapports  $\omega/\omega_1$  puis  $f/f_1$ ). Comparer  $f_1$  à  $f_c$ .

c) Sur le même graphe, tracer le diagramme asymptotique théorique du filtre.

d) Montrer que, si  $G = -3\text{dB}$ , alors  $V_s \approx 70\% V_e$ .

### II- Filtre réjecteur de fréquence pour CEM

#### **SÉCURITÉ : Manipulation réalisée en régime TBTP !**

*But* : étudier les courbes de réponse d'un filtre secteur monophasé ref. SCHAFFNER FN9223 3A, prévu pour l'élimination de perturbations électromagnétiques de fréquence élevée.

Utilisation en "immunité" : le rôle du filtre est de protéger l'équipement contre les perturbations conduites provenant de l'extérieur ("immunité").

Utilisation en "émission" : le rôle du filtre est d'éliminer les perturbations produites par

l'équipement vers l'extérieur.

Schéma symétrique ou "mode différentiel" : l'action du filtre porte sur les ddp de perturbation existant entre phase et neutre.


Schéma asymétrique ou "mode commun" : l'action du filtre porte sur les ddp de perturbation existant entre phase ou neutre d'une part, et la terre d'autre part.

**1- Schéma en mode "immunité"**

Côté réseau (line), on connecte le GBF, sortie analogique  $Z_s = 50 \Omega$ . Côté charge (load), on connecte une résistance pure  $R = 50 \Omega$ . On s'aidera du schéma dessiné sur le boîtier du filtre. Relever les valeurs des composants.

Schéma du montage en mode asymétrique (ou "mode commun").

a) Le GBF et la charge sont connectés entre la phase ou le neutre et le conducteur de terre. Faire le schéma.

b)  Remarque : si la tension entre phases était égale à  $240 V_{eff}$ , quelle devrait être la valeur minimale de  $R$  pour un courant nominal de  $3 A$  ?

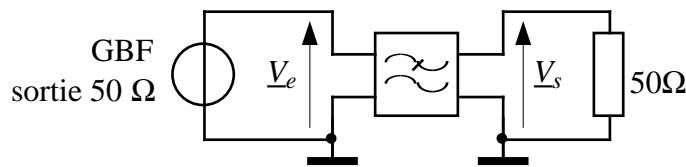
c) Donner le schéma équivalent de ce filtre pour une fréquence nulle (courant continu) puis pour une fréquence infinie. En déduire le type de ce filtre.

d) Calculer le module (en  $\Omega$ ) de l'impédance de la bobine  $L$ , du condensateur  $C_y$ , de l'impédance  $Z$  située en dérivation pour  $f_1 = 100Hz$  et  $f_2 = 10kHz$ .

En déduire un schéma simplifié de ce filtre sous la forme d'un filtre du premier ordre.

**2- Mesures**

Relever en mode asymétrique, en immunité, la courbe de gain du filtre pour  $50 Hz < f < 1 MHz$ . Préciser : le type du filtre, son atténuation en dB/décade, sa fréquence de coupure.



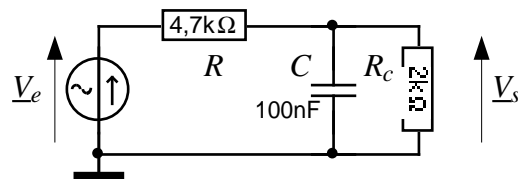
**III- Circuit RC avec charge**

On place une charge  $R_c = 2 k\Omega$  à la sortie du filtre du § I.

**1) Etude expérimentale**

Sur le graphe du § I, relever la courbe de gain. .

**2) Etude théorique**



Montrer que la fonction de transfert de ce filtre est : 
$$T_3 = \frac{\frac{R_c}{R + R_c}}{1 + j \frac{RR_c}{R + R_c} C\omega}$$

Calculer le gain statique  $K_3$ . On rappelle que :  $K = |T(0)|$

Calculer la constante de temps  $\tau_3$  de cette fonction.

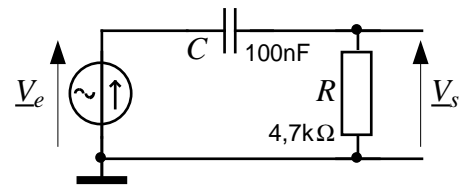
Tracer le diagramme asymptotique théorique du filtre sur le graphe du § I. Préciser les valeurs numériques du gain statique en dB et de la fréquence de coupure

**3) Conclusion**

#### IV- Filtre passe-haut

##### 1) Etude expérimentale

a) Relever la courbe de gain en dB de ce filtre pour  $50 \leq f \leq 10000$  Hz . Mesurer sa fréquence de coupure à  $-3$  dB.



b) *Application* : soit  $v_e = E + V \sin 2\pi f t$ , où  $E$  est une composante continue obtenue à l'aide du réglage d'*offset* du GBF. Soit  $E = 1,5V$  ;  $V = 3V$  ;  $f = 5kHz$ . Relever  $v_e$  et  $v_s$ . Quel rôle ce circuit joue-t-il vis à vis de la tension  $v_e$  ?

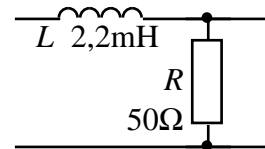
##### 2) Etude théorique

Établir la fonction de transfert  $T_4$  de ce circuit. Calculer sa fréquence propre. Construire son diagramme asymptotique de gain sur le graphe précédent.

#### V- Filtre LR

##### 1) Etude expérimentale

Relever la courbe de gain en dB de ce filtre pour  $100 \text{ Hz} \leq f \leq 100 \text{ kHz}$  .  
De quel type de filtre s'agit-il ?

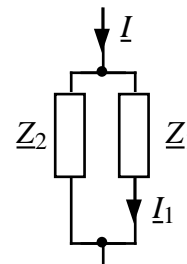
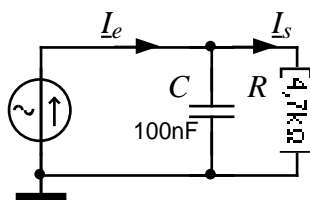


##### 2) Etude théorique

- Établir la fonction de transfert théorique  $T_5$  de ce filtre.
- Tracer sur le graphe précédent son diagramme asymptotique de gain.
- Quel défaut de fonctionnement apparaît-il ?
- On cherche à expliquer ce défaut. Pour cela, mesurer à l'aide d'un ohmmètre la résistance de la bobine. En déduire le schéma réel de ce circuit, puis l'expression littérale de sa fonction de transfert  $T'_5$ . En déduire le nouveau diagramme asymptotique. Conclusion.

#### VI- Fonction de transfert en courant

On désire étudier la fonction de transfert  $T_6 = I_s / I_e$  du circuit ci-dessous. Les courants seront mesurés à l'aide d'ampèremètres AC ou, pour  $I_s$ , par un voltmètre et calcul de  $I_s = V_s / R_c$ ).



##### 1) Etude expérimentale

Quelle est la nature de ce filtre ?  
Mesurer la fréquence de coupure à  $-3$  dB.

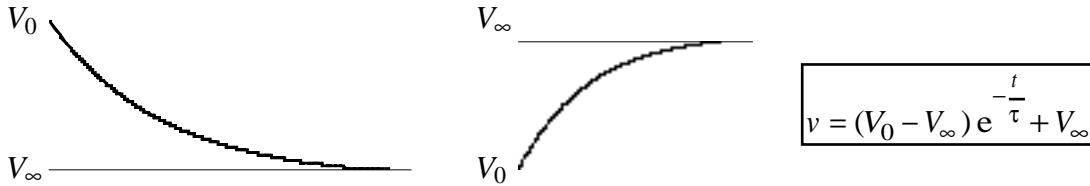
##### 2) Etude théorique

- Pont diviseur de courant* : établir la relation entre le courant de sortie  $I_s$  et le courant d'entrée  $I_e$  dans le montage ci-dessus, en fonction de  $Z_1$  et  $Z_2$ .
- En déduire l'expression littérale de  $T_6$ . Calculer la fréquence de coupure.
- Tracer sur papier libre le diagramme asymptotique de  $T_6$ .

**2ème partie : circuits du 1er ordre en régime transitoire**

Dans ce TP, le GBF délivre un signal numérique  $v_e(t)$ . Régler la sortie TTL-CMOS (bouton tiré) pour que  $v_e$  ait des niveaux de tension égaux à 0 et 5 V.

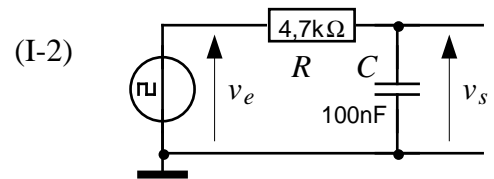
**RAPPEL : EQUATION GÉNÉRALE D'UN ARC D'EXPONENTIELLE :**



**I- Mesure de la constante de temps du circuit**

**1) Mesure de  $\tau$**

- a) Sachant que  $V_0 = 0$  V et  $E = 5$  V, calculer  $v_s(\tau)$ .
- b) Relever les signaux  $v_e$  et  $v_s$  (choisir  $f \approx 150$  Hz).
- c) Mesurer  $\tau$  par la méthode des 63%



**2) Mesure du temps de montée**

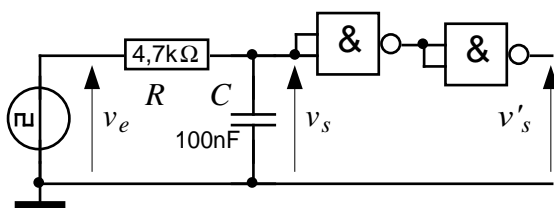
- a) Soit  $t_1$  l'instant défini par :  $v_s(t_1) = 0,1E$ . Soit  $t_2$  l'instant défini par :  $v_s(t_2) = 0,9E$ . Le temps de montée à 10%, noté  $t_m$ , est défini par :  $t_m = t_2 - t_1$ . On montre que (voir cours) :  $t_m = 2,2\tau$ . Mesurer  $t_m$ . En déduire une autre mesure possible de  $\tau$  (sur le même relevé que précédemment).

**II- Exemple d'application du circuit RC : réalisation d'un temporisateur travail.**

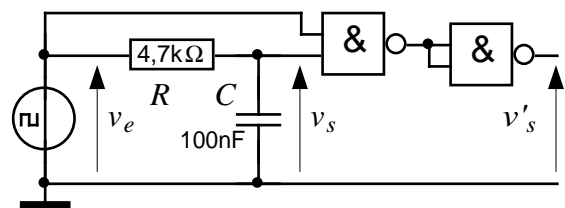
**1) Retard simple**

On réalise un retard pur dans la transmission d'un signal numérique à l'aide d'une cellule RC et d'une porte logique. La cellule devant fonctionner à vide, on utilise de préférence une porte logique à grande impédance d'entrée, de type CMOS. Le montage fera intervenir une porte OUI réalisée à partir de circuits CMOS de la série 4000, alimentée sous  $V_{cc} = 5$  V. Par exemple, avec un circuit 4011 (quadruple ET-NON à deux entrées), on réalise le schéma (II-1) :

(II-1)



(II-2)



- a) *Etude expérimentale* ( $f \approx 150$  Hz) : mesurer les temps de retard (de  $v'_s$  par rapport à  $v_e$ ) à la montée et à la descente.
  - b) *Etude théorique* : on suppose que le seuil de basculement des portes logiques est  $V_b = 2,5$  V. Tracer le chronogramme *théorique* des tensions  $v_e$ ,  $v_s$ ,  $v'_s$ . Calculer les temps de retard en fonction de  $E$ ,  $V_b$ , et  $\tau = RC$ . Application numérique.
- 2) Retard à l'enclenchement** : modifier le montage comme indiqué en (II-2). Mêmes questions.

**III- Comportement intégrateur du filtre passe-bas en HF**

En haute fréquence, l'impédance du condensateur  $1/C2\pi f$  devient très faible, négligeable devant  $R$ . Donc  $v_s \ll Ri$ . L'équation de la maille se simplifie en :  $Ri + v_s \approx Ri = v_e$

Comme  $i = C \frac{dv_s}{dt}$ , on en déduit la relation approchée :  $RC \frac{dv_s}{dt} \approx v_e \Rightarrow v_s \approx \frac{1}{\tau} \int_0^t v_e dt$

1) **Observation des signaux** : revenir au schéma I-2. Entrer une tension carrée, triangulaire, sinusoïdale, etc, à  $f = 5\text{kHz}$ . Montrer, d'après l'allure de la tension de sortie, que le circuit se comporte effectivement comme un intégrateur dans un gamme de fréquence à préciser.

2) **Application : générateur de signaux triangulaires**

On désire générer une tension triangulaire symétrique  $v_s = \pm at$ , avec  $a = 10\text{V/ms}$ , d'amplitude crête  $\pm 1\text{V}$ , à partir d'une tension carrée de niveaux haut et bas  $V_{e\text{max}}$  et  $V_{e\text{min}}$ . Déterminer les caractéristiques théoriques que doit avoir le signal d'entrée  $v_e(t)$ . Pour cela :

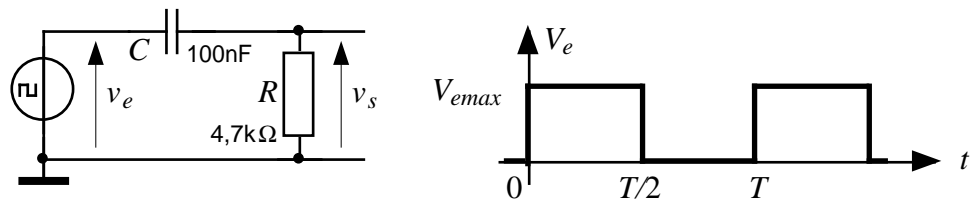
- dessiner  $v_s(t)$  et calculer sa période. En déduire sa fréquence (et donc celle de  $v_e$ ).

- comme  $v_s \approx \frac{1}{\tau} \int_0^t v_e dt$ , on a :  $v_e = \tau \frac{dv_s}{dt}$ . En déduire  $V_{e\text{max}}$  et  $V_{e\text{min}}$  sachant que  $v_s = \pm at$ .

Vérifier expérimentalement les résultats du calcul numérique (GBF en sortie analogique).

**IV- Exemple d'application du circuit CR : réalisation d'un détecteur de front**

1) **Circuit CR seul** :



a)  $v_e$  est une tension en créneaux symétriques 0-5V de fréquence 150 Hz. Relever sur un même graphique  $v_e$  et  $v_s$  (relever notamment les valeurs maxi et mini de ces tensions).

b) Ecrire les équations (sans démonstration) donnant  $v_s$  en fonction du temps, pour les deux demi-périodes de  $v_e$ . Préciser dans les deux cas la condition initiale et le régime permanent.

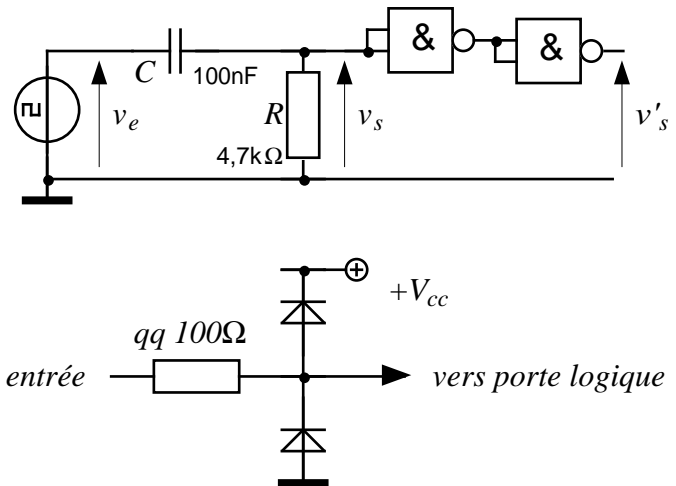
2) **Application** :

a) *Etude expérimentale* ( $f \approx 150\text{ Hz}$ ) : quel front de  $v_e$  (montant ou descendant) détectez-vous ?

Mesurer la durée de l'impulsion de sortie ( $v'_s$ ).

b) *Etude théorique* : on suppose que le seuil de basculement des portes logiques est  $V_b = 2,5\text{ V}$ . En déduire la valeur théorique de la durée de cette impulsion.

c) Expliquer ce qui se passe lors du front descendant de  $v_e$ , sachant que le circuit de protection d'entrée des portes logiques CMOS série 4000 est constitué comme indiqué ci-contre.



**V- Comportement dérivateur d'un filtre passe-haut en BF**

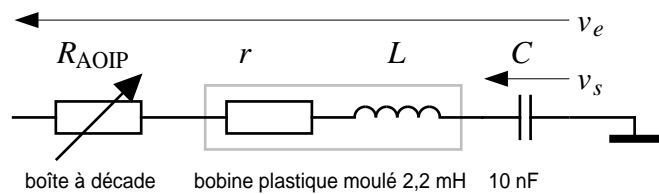
En basse fréquence, l'impédance du condensateur  $1/C2\pi f$  devient très grande devant  $R$ . Donc  $v_c \gg v_s$ . L'équation de maille du circuit se simplifie en :  $v_e \approx v_c$ . Donc  $v_s = Ri = RC \frac{dv_c}{dt} \approx \tau \frac{dv_e}{dt}$ .

**Observation des signaux** : revenir au schéma IV-1. Entrer une tension carrée, triangulaire, sinusoïdale, etc, à  $f = 30\text{ Hz}$ . Montrer, d'après l'allure de la tension de sortie, que le circuit se comporte globalement comme un dérivateur dans un gamme de fréquence à préciser.

### 3ème partie : systèmes du 2ème ordre

#### I- Étude d'un filtre passe-bas du 2ème ordre

On dispose d'un circuit contenant les éléments ci-contre, utilisé en tant que quadripôle RLC avec sortie sur C.



##### 1- Amortissement faible

Dans un premier temps, on désire travailler à amortissement minimal, en fixant  $R_{AOIP} = 0$ .

###### a) Etude théorique

Mesurer à l'ohmmètre la valeur en continu  $r$  de la résistance série de la bobine.

En déduire les paramètres théoriques du circuit  $rLC$  : période propre  $T_0 = 2\pi\sqrt{LC}$ , fréquence de résonance  $f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$ , amortissement  $m = \frac{r}{2}\sqrt{\frac{C}{L}}$ , amplitude de résonance  $Q_0 = \frac{V_s}{V_e} = \frac{1}{2m}$  en valeur linéaire et en décibels ( $20 \log Q_0$ ).

###### b) Réponse harmonique

Utiliser un signal d'entrée  $V_e$  sinusoïdal d'amplitude  $\approx 1V$ . Observer  $V_s$  et régler la fréquence du GBF pour se situer à la résonance ( $V_s$  maximale), où on doit avoir :  $f_R \approx f_0$  (le vérifier).

**!** Remarquer la diminution de  $V_e$  au moment de la résonance, où l'impédance du circuit  $rLC$  est minimale et le courant demandé maximal. La chute de tension en sortie du GBF est alors importante, à cause de son impédance interne ( $50\Omega$ ).

Mesurer l'amplitude de résonance  $Q = \frac{V_s}{V_e}$  en valeur linéaire et en décibels ( $20 \log Q$ ).

En déduire l'amortissement  $m'$  et la valeur  $r'$  de la résistance de la bobine en alternatif. Que constate-t-on pour  $r'$  ?

###### c) Réponse transitoire

Sur la sortie analogique du GBF choisir un signal en créneaux symétriques d'amplitude  $\approx 1V$  de fréquence convenablement choisie. Observer  $v_s$ .

**!** Remarquer que  $v_e$  n'est PAS un signal carré ! Il faut tenir compte de la présence de l'impédance interne du GBF dans le circuit : le signal de sortie  $v_s$  est obtenu d'après un signal carré idéal  $v_i$  non accessible à la mesure, car n'existant qu'au niveau de la fem interne du générateur.

Imprimer  $v_s$ . Mesurer le temps de montée à 10% ( $t_m$ ) et le temps de réponse à 5% ( $t_r$ ).

Mesurer la période  $T_1$  des oscillations (vérifier que  $T_1 \approx T_0$ ).

Mesurer le dépassement, en déduire l'amortissement  $m''$ . En déduire  $r''$ . Conclusion.

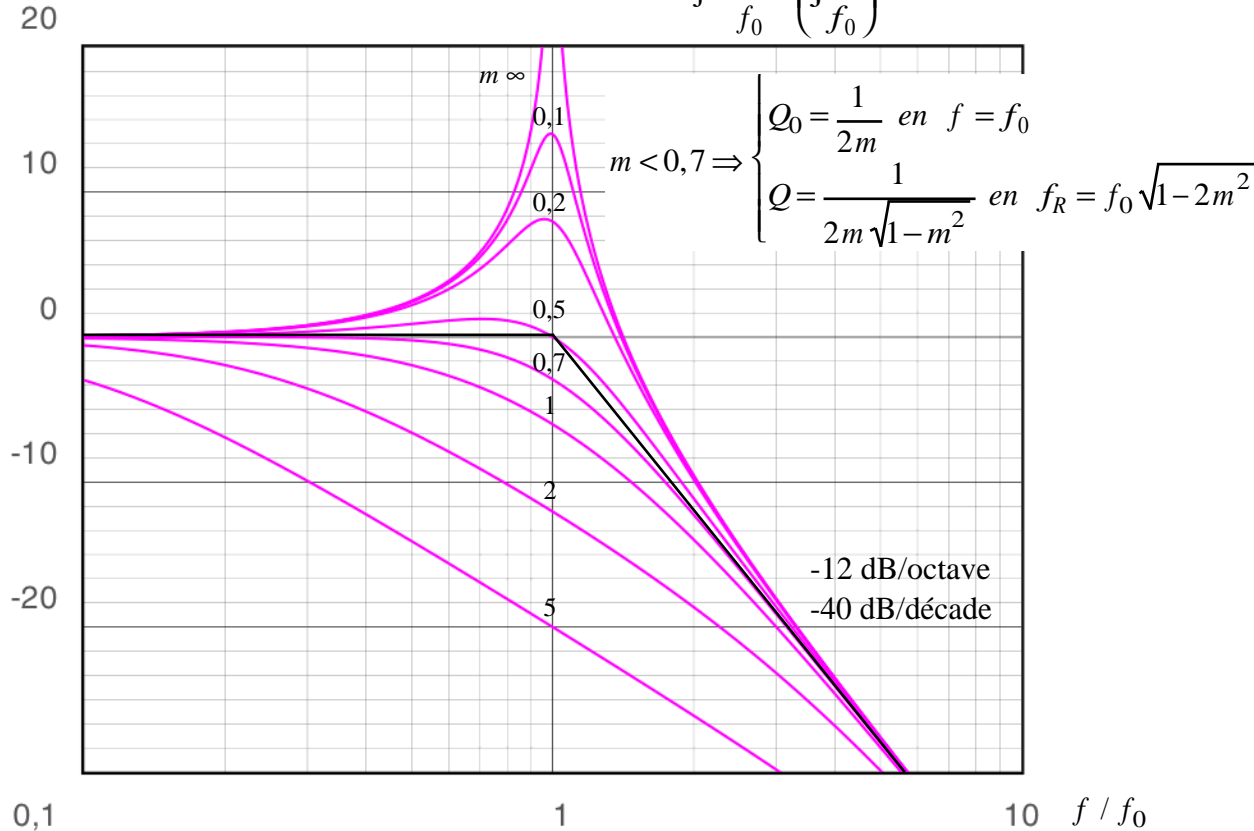
**2- Amortissement sous-critique :** ajouter une boîte AOIP en série avec la bobine, dont on calculera la valeur de façon à obtenir  $m \approx 0,7$  (tenir compte des résistances de la bobine et du GBF).

Imprimer  $v_s$ . Mesurer en régime transitoire le temps de montée à 10% ( $t_m$ ) et le temps de réponse à 5% ( $t_r$ ).

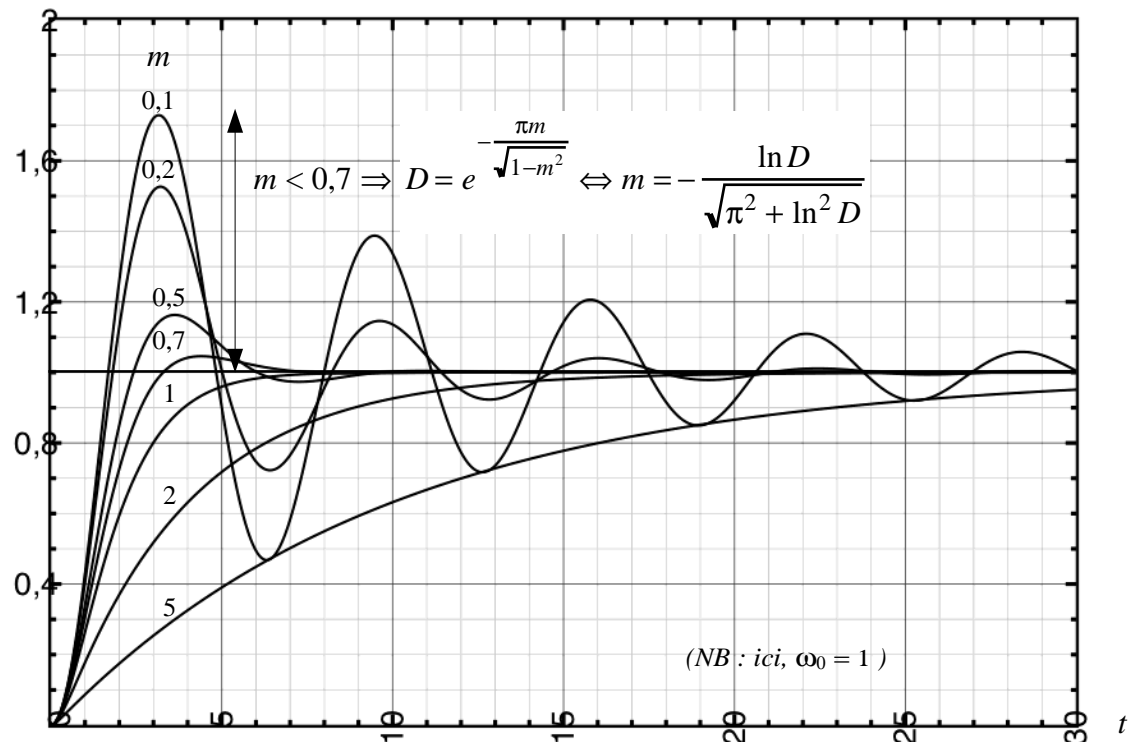
**3- Amortissement fort :** même question, pour  $m = 5$ .

Vérifier que le circuit se comporte, en régime transitoire, comme un système du premier ordre dont la constante de temps est de l'ordre de :  $\tau = \frac{mT_0}{\pi}$  (rappel :  $t_m = 2,2\tau$  ;  $t_r = 3\tau$ ).

**FORMULAIRE fonction du 2° ordre :** 
$$\underline{T} = \frac{1}{1 + 2jm\frac{f}{f_0} + \left(j\frac{f}{f_0}\right)^2}$$



Phase  $\text{Arg}(\underline{T}(0))=0$  ;  $\text{Arg}(\underline{T}(f_0))=-90^\circ$  ;  $\text{Arg}(\underline{T}) \xrightarrow{f \rightarrow \infty} -180^\circ$



$m = 0,7$  : amortissement sous-critique ( $D \approx 4,3\%$ ) ;  $m = 1$  : amortissement critique ( $D = 0$ )  
 $m \gg 1$  : réponse proche de celle d'un circuit du 1er ordre avec  $\tau \approx 2m/\omega_0$  .