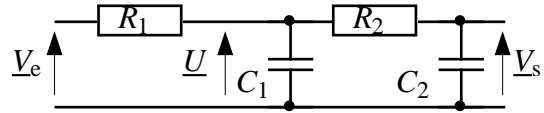


A23-1- Réseau déphaseur

Dans le but de construire une commande retardée de thyristors, on utilise un filtre du second ordre afin d'obtenir à partir du réseau monophasé 50 Hz une tension alternative déphasée de -30° par rapport à la sinusoïde du réseau.

NB : cette solution présente l'avantage supplémentaire d'atténuer efficacement d'éventuels signaux parasites HF présents sur le réseau.

1) *Calculs préliminaires.* Le filtre est réalisé au moyen d'une double cellule RC.



a) Donner la forme littérale de la transmittance du

filtre en fonction de ω (pulsation de la tension d'entrée), R_1 , R_2 , C_1 , C_2 .

b) En déduire la valeur littérale de ω_0 et m .

c) On pose $x = \omega/\omega_0$. En déduire les valeurs littérales de $|V_s/V_e|$ et $\text{tg}\varphi$ en fonction de x et m .

2) *Réalisation pratique*

a) Soit $C_1 = C_2 = 4,7\text{nF}$; $R_2 = 100\text{k}\Omega$. Calculer R_1 .

b) En déduire les valeurs numériques de m , ω_0 , f_0 , x et $|V_s/V_e|$.

3) *Réglage.* C_1 , C_2 et R_2 sont fixes. R_1 est ajustable.

a) Montrer que, dans les conditions d'utilisation présentes: $\text{tg}\varphi \approx -2mx$.

b) En déduire une expression littérale approchée de R_1 en fonction de $\text{tg}\varphi$, ω , C_1 , C_2 et R_2 .

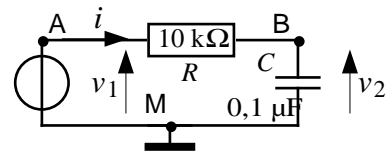
c) La tolérance des condensateurs est 10%, celle de R_2 est 5%. En déduire la plage de réglage qu'il est nécessaire de prévoir sur R_1 pour être certain d'obtenir $\varphi = -30^\circ$ quelles que soient les valeurs réelles des autres composants.

A23-2- Doubleur de fréquence

On considère un circuit logique CMOS 4030 réalisant la fonction OU Exclusif. Ce circuit est alimenté sous une tension $V_{dd} = 5\text{ V}$. Ses niveaux de sortie à l'état logique bas et à l'état haut sont respectivement 0 et 5 V. On appelle V_b la tension de basculement du circuit. On donne : $V_b = 2,9\text{ V}$.

1) Rappeler la table de vérité de la fonction OU Exclusif.

2) a) Dans le schéma ci-contre, écrire la relation qui lie le courant $i(t)$ à la tension $v_2(t)$; b) l'équation de la maille MABM ; c) l'équation différentielle de la tension $v_2(t)$.



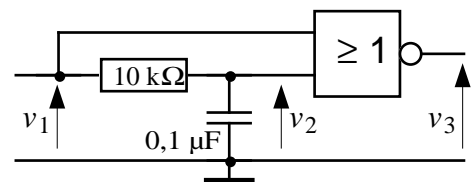
3) Le circuit RC est alimenté par une tension rectangulaire v_1 de fréquence $f = 100\text{ Hz}$, de rapport cyclique 0,5, d'amplitude 0/5 V.

a) Calculer le temps t_1 que met la tension v_2 pour passer de 0 à V_b .

b) Calculer le temps t_2 que met la tension v_2 pour passer de V_b à 0.

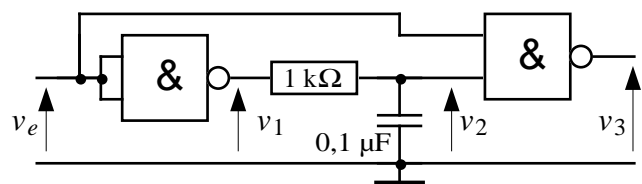
4) On associe la porte OU Exclusif au circuit RC. Tracer l'allure des tensions $v_1(t)$, $v_2(t)$, $v_3(t)$. Conclusion.

5) Estimer la fréquence maximale de fonctionnement du circuit.



A23-3- Détecteur de fronts montants

Le signal d'entrée v_e passe de 0 à 5V à l'instant $t = 0$. Tracer les graphes des signaux v_1 , v_2 , v_3 . Calculer la durée θ de l'impulsion de sortie.

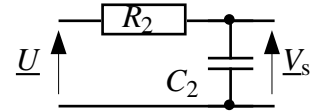


REponses

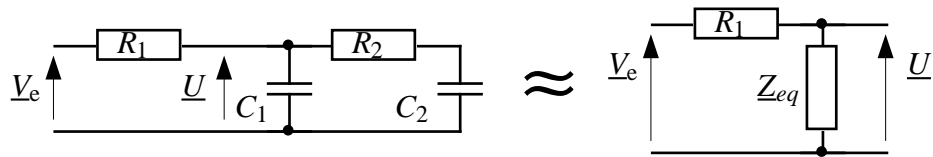
A23-1- Réseau déphaseur

1a) Le réseau a pour fonction de transfert : $\underline{T} = \frac{V_s}{V_e} = \frac{V_s}{U} \cdot \frac{U}{V_e} = \underline{T}_2 \cdot \underline{T}_1$. On applique deux fois la règle du pont diviseur de tension à vide :

• Cellule R_2, C_2 : $\underline{T}_2 = \frac{V_s}{U} = \frac{1}{1 + jR_2C_2\omega}$



• Cellule R_1, \underline{Z}_{eq} avec \underline{Z}_{eq} formée de C_1 en parallèle avec dipôle série R_2-C_2 :



On calcule $\underline{T}_1 = \frac{U}{V_e} = \frac{\underline{Z}_{eq}}{R_1 + \underline{Z}_{eq}} = \frac{1}{1 + R_1 \underline{Y}_{eq}}$:

$$\underline{Y}_{eq} = \frac{1}{\underline{Z}_{eq}} = jC_1\omega + \frac{1}{R_2 + \frac{1}{jC_2\omega}} = \frac{j(C_1 + C_2)\omega + (j\omega)^2 R_2 C_1 C_2}{1 + jR_2 C_2 \omega}$$

$$\Rightarrow \underline{T}_1 = \frac{1}{1 + R_1 \frac{j(C_1 + C_2)\omega + (j\omega)^2 R_2 C_1 C_2}{1 + jR_2 C_2 \omega}} = \frac{1 + jR_2 C_2 \omega}{1 + R_1 \frac{j(C_1 + C_2)\omega + (j\omega)^2 R_2 C_1 C_2}{1 + jR_2 C_2 \omega}} = \frac{1 + jR_2 C_2 \omega}{1 + j(R_1 C_1 + R_1 C_2 + R_2 C_2)\omega + (j\omega)^2 R_1 R_2 C_1 C_2}$$

D'où : $\underline{T} = \underline{T}_2 \cdot \underline{T}_1 = \frac{1}{1 + (R_1 C_1 + R_1 C_2 + R_2 C_2)j\omega + (j\omega)^2 R_1 R_2 C_1 C_2}$

1b) Par identification avec la fonction de transfert principale du 2° ordre $\frac{1}{1 + 2mj \frac{\omega}{\omega_0} + \left(j \frac{\omega}{\omega_0}\right)^2}$:

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{R_1 R_2 C_1 C_2}} \text{ et } \frac{2m}{\omega_0} = R_1 C_1 + R_1 C_2 + R_2 C_2 \Rightarrow m = \frac{R_1 C_1 + R_1 C_2 + R_2 C_2}{2\sqrt{R_1 R_2 C_1 C_2}}$$

1c) En posant $x = \frac{\omega}{\omega_0}$, la fonction de transfert s'écrit $\frac{1}{1 + 2mjx + (jx)^2}$. On en déduit :

$$|\underline{T}| = \left| \frac{V_s}{V_e} \right| = \frac{1}{\sqrt{(1 - x^2)^2 + (2mx)^2}} \text{ et } \tan \varphi = -\frac{2mx}{1 - x^2}$$

2a) Sachant que $x = \frac{\omega}{\omega_0} = \omega \sqrt{R_1 R_2 C_1 C_2}$ et que $\tan 30^\circ = \frac{1}{\sqrt{3}}$, il vient :

$$\tan 30^\circ = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{2mx}{1-x^2} = \frac{(R_1C_1 + R_1C_2 + R_2C_2)\omega}{1-\omega^2R_1R_2C_1C_2}$$

Comme $C_1 = C_2$ et sachant que $\omega = 2\pi f = 2\pi 50$ rad/s :

$$\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{(2R_1 + R_2)C\omega}{1-\omega^2R_1R_2C^2} \Rightarrow R_1 = \frac{1-\sqrt{3}R_2C\omega}{C\omega(2\sqrt{3} + R_2C\omega)} \approx 139 \text{ k}\Omega$$

2b) On trouve : $m \approx 1,6$; $\omega_0 \approx 1800$ rad/s ; $f_0 \approx 286$ Hz ; $x_{50\text{Hz}} \approx 0,174$; $|\underline{T}|_{50\text{Hz}} \approx 0,884$

3a) $x \approx 0,174 \Rightarrow x^2 \approx 0,03 \ll 1 \Rightarrow \tan \varphi \approx -2mx$

3b) $\tan \varphi \approx -2(R_1C_1 + R_1C_2 + R_2C_2)\omega \Rightarrow R_1 \approx \frac{-\frac{\tan \varphi}{2\omega} - R_2C_2}{C_1 + C_2}$, avec :

$$-\frac{\tan \varphi}{2\omega} = -\frac{\tan(-30^\circ)}{4\pi 50} \approx 1,84 \cdot 10^{-3} \text{ s, et } R_2C_2 = 4,7 \cdot 10^{-9} \cdot 10^5 = 4,7 \cdot 10^{-4} \text{ s}$$

$$\frac{\Delta C}{C} = 0,1 \Rightarrow \Delta C = 0,47 \text{ nF} = 4,7 \cdot 10^{-10} \text{ F}$$

$$\frac{\Delta R_2}{R_2} = 0,05 \Rightarrow \Delta R_2 = 5 \text{ k}\Omega = 5 \cdot 10^3 \Omega$$

On remarque que R_1 est minimale lorsque R_2 , C_1 et C_2 sont maximaux, soit $R_2 = 105 \text{ k}\Omega$, C_1 et $C_2 = 4,7 + 0,47 = 5,17 \text{ nF}$:

$$R_{1\text{min}} \approx \frac{1,84 \cdot 10^{-3} - R_{2\text{max}}C_{2\text{max}}}{C_{1\text{max}} + C_{2\text{max}}} = \frac{1,84 \cdot 10^{-3} - 105 \cdot 10^3 \cdot 5,17 \cdot 10^{-9}}{2 \cdot 5,17 \cdot 10^{-9}} \approx 125 \text{ k}\Omega$$

De même, R_1 est maximale lorsque R_2 , C_1 et C_2 sont minimaux, soit $R_2 = 95 \text{ k}\Omega$, C_1 et $C_2 = 4,7 - 0,47 = 4,23 \text{ nF}$:

$$R_{1\text{max}} \approx \frac{1,84 \cdot 10^{-3} - R_{2\text{min}}C_{2\text{min}}}{C_{1\text{min}} + C_{2\text{min}}} = \frac{1,84 \cdot 10^{-3} - 95 \cdot 10^3 \cdot 4,23 \cdot 10^{-9}}{2 \cdot 4,23 \cdot 10^{-9}} \approx 165 \text{ k}\Omega$$

$$\Rightarrow R_{1\text{max}} - R_{1\text{min}} \approx 40 \text{ k}\Omega .$$

Il faut donc prévoir une résistance de valeur réglable égale à $(145 \pm 20) \text{ k}\Omega$.

A23-2- Doubleur de fréquence

1)	A	B	A ⊕ B
	0	0	0
	0	1	1
	1	0	1
	1	1	0

2a) $i = C \frac{dv_2}{dt}$; 2b) $v_1 - R \cdot i - v_2 = 0$; 2c) $RC \frac{dv_2}{dt} + v_2 = v_1$

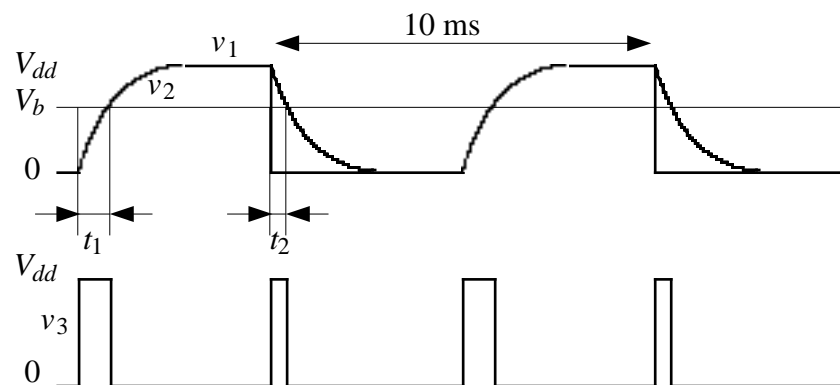
3) $f = 100 \text{ Hz} \Rightarrow T = 10 \text{ ms} \gg \tau = RC = 10^4 \cdot 10^{-7} = 10^{-3} \text{ s} = 1 \text{ ms} \Rightarrow$ on suppose que le condensateur est complètement chargé ou déchargé au début de chaque demi-période.

a) $RC \frac{dv_2}{dt} + v_2 = V_{dd} \Rightarrow v_2 = V_{dd} \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \right) \Rightarrow V_b = V_{dd} \left(1 - e^{-\frac{t_1}{\tau}} \right) \Rightarrow t_1 = \tau \ln \frac{V_{dd}}{V_{dd} - V_b} \approx 87 \mu\text{s}$

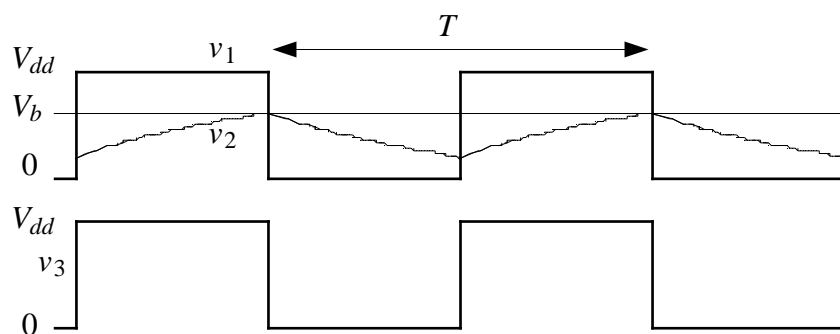
b) $RC \frac{dv_2}{dt} + v_2 = 0 \Rightarrow v_2 = V_{dd} \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} \Rightarrow V_b = V_{dd} \cdot e^{-\frac{t_2}{\tau}} \Rightarrow t_2 = \tau \ln \frac{V_{dd}}{V_b} \approx 54 \mu\text{s}$

4) Lorsque $v_2 < V_b$, le circuit CMOS voit un "0" logique sur son entrée. Inversement, lorsque $v_2 > V_b$, le circuit voit un "1" logique sur son entrée. On en déduit l'allure du signal de sortie v_3 .

On remarque que ce signal est de fréquence double du signal d'entrée, soit 200 Hz, mais avec un rapport cyclique $\neq 50\%$ et de surcroît irrégulier.



5) A RC constant, le condensateur n'a plus le temps de se charger et de se décharger suffisamment lorsque la période du signal d'entrée v_1 diminue. Si le signal v_2 reste en deçà de V_b , il correspond à un "0" logique permanent. Le signal de sortie v_3 ne fait alors que recopier le signal d'entrée v_1 :



Approximativement, sachant qu'un système du 1er ordre atteint 63% de la réponse finale en $t = \tau$, soit ici $0,635 = 3,15 \text{ V} \approx V_b$, on peut estimer que cela se produit si $\frac{T}{2} \approx \tau$ ($= 1 \text{ ms}$), ce qui correspond à une fréquence de 500 Hz environ.

A23-3-

