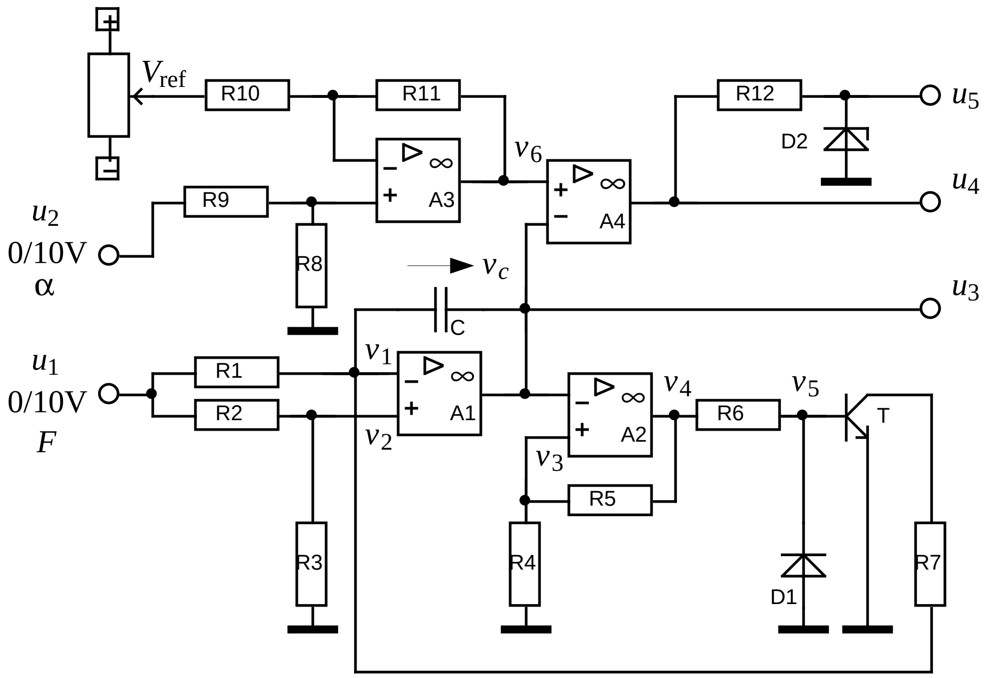
A25-1- Générateur de signaux

On considère le schéma du générateur de signaux indiqué ci-dessous. Les A.Op sont considérés comme parfaits. Leur tension de saturation V_{sat} est égale à 10 V . Le transistor T fonctionne en commutation. Les tensions u_1 et u_2 sont des tensions continues réglables, pouvant varier entre 0 et 10 V. u_1 permet d'agir sur la fréquence des signaux générés et u_2 sur leur rapport cyclique.
Toutes les tensions sont mesurées par rapport à la masse, sauf v_c.



1) ***Etude de la tension u_3 : oscillateur commandé en tension (VCO)***

1a) Quelle est la fonction de l'amplificateur A1 associé au condensateur C ? Si u_1 est une tension constante, quelle sera l'allure de la tension u_3 ?

1b) Quel est le régime de fonctionnement de l'amplificateur A2 ? Quelle est sa fonction ? Quel est le rôle de la diode D1 ?

1c) On pose : $R_4 = R_5$. Tracer la caractéristique de transfert $v_4(u_3)$.

1d) On suppose le transistor T bloqué. Exprimer $u_3(t)$. Pour quelle valeur de u_3 le transistor change-t-il d'état ?

1e) On suppose le transistor T saturé, et une nouvelle origine du temps (noté t') est adoptée. Exprimer $u_3(t')$. Pour quelle valeur de u_3 le transistor change-t-il d'état ?

1f) En déduire l'évolution réelle de u_3. Indiquer quelles sont les conditions à respecter pour que le signal u_3 soit symétrique. Calculer la valeur de sa fréquence F en fonction de u_1. Donner l'allure de son graphe.

1g) A.N. : on donne V_{sat} = 10V ; C_1 = 0,1µF. Calculer R_1 pour que F varie de 0 à 1000 Hz quand u_1 varie de 0 à 10V.

2) ***Etude des tension u_4 et u_5***

2a) Quelle est la fonction de l'amplificateur A4 ? Quelle est l'allure des signaux u_4 et u_5 ?

2b) Entre quelles valeurs mini et maxi doit varier la tension v_6 pour que le rapport cyclique de u_4 et de u_5 varie de 0 à 100% quand u_2 varie de 0 à 10 V ? En déduire la fonction de l'amplificateur A3 en précisant son gain ainsi que la valeur de V_{ref}.

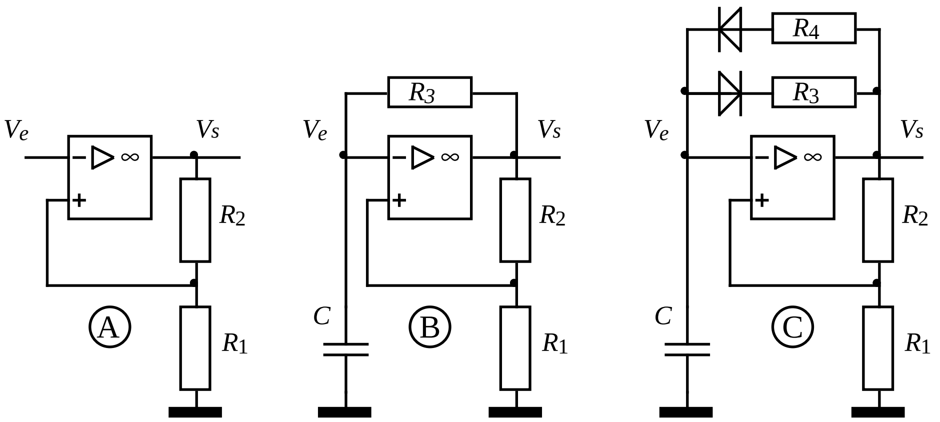
2c) La diode D2 est une diode zéner de tension V_z = 5V. Tracer les graphes de u_4 et u_5 pour u_2 = 7,5V en concordance avec celui de u_3. Calculer R_{12} sachant que I_z = 10 mA.

A25-2- Astable à A. Op

1) Comparateur à hystérésis *(schéma A)* : rappeler l'allure du cycle d'hystérésis, en précisant les valeurs des seuils de basculement (tensions de saturation de l'A. Op. : $\pm V_{cc}$).

2) Multivibrateur *(schéma B)* : établir puis résoudre l'équation différentielle de $V_e(t)$ dans le circuit R_3C. Tracer $V_e(t)$ et $V_s(t)$.

3) Réglage du rapport cyclique *(schéma C)* : on suppose $R_3 < R_4$. Tracer $V_e(t)$ et $V_s(t)$.



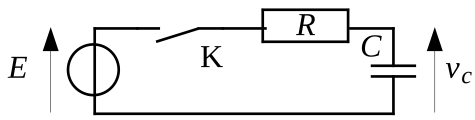
A25-3 : Astable a portes NON en technologie CMOS

On rappelle que l'équation d'un arc d'exponentielle de constante de temps τ est :

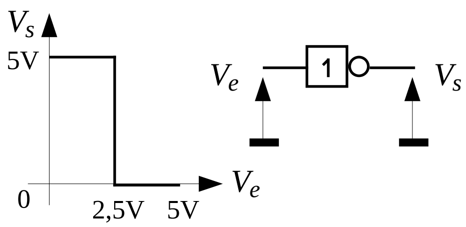
$$u(t) = \big(u(0) - U_\infty\big).e^{-\frac{t}{\tau}} + U_\infty\,, \quad \text{où} \quad U_\infty = \lim_{t\to\infty} u(t).$$

1) *Calculs préliminaires*

On considère le circuit ci-contre. A l'instant $t = 0$ on ferme l'interrupteur K. En appliquant la formule précédente exprimer $v_c(t)$ quand ***a)*** $E = +5$ V ; ***b)*** $E = -5$ V. On notera V_0 la tension présente aux bornes du condensateur en $t = 0$.



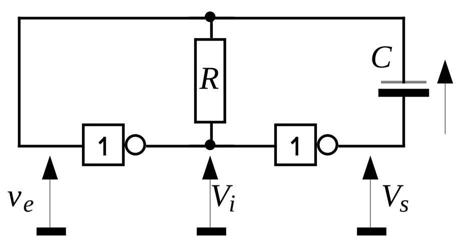
On considère des portes logiques de type NON supposées idéales. Leur caractéristique de transfert est indiquée ci-contre. La tension d'alimentation est 5V. Soit V_b la valeur de la tension d'entrée pour laquelle la porte bascule (tension de seuil). On suppose : $V_b = 2{,}5$V.



L'impédance d'entrée d'une porte est supposée infinie, son impédance de sortie nulle.

Un oscillateur à portes NON a la structure indiquée ci-contre :

NB : bien que n'étant pas polarisé, on a représenté différemment les deux armatures du condensateur afin de pouvoir les distinguer.



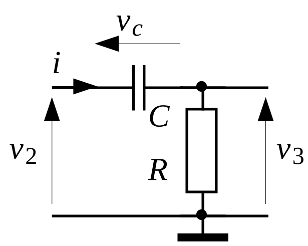
2) On considère successivement les deux états possibles que peuvent prendre les portes logiques. En se repérant par rapport aux armatures du condensateurs, montrer que le circuit se ramène respectivement aux cas **1a** et **1b** précédents, en précisant dans chaque cas la valeur de E, quand :
a) $V_i = 5\text{V} \Leftrightarrow V_s = 0\text{V}$. **b)** $V_i = 0\text{V} \Leftrightarrow V_s = 5\text{V}$.
3) Établir la relation qui lie v_e à v_c et V_s. En déduire la valeur de la tension v_c lorsque les portes basculent quand : **a)** $V_s = 0$ V ; ***b)*** $V_s = 5$ V.

Le système change d'état en passant alternativement du fonctionnement décrit par le cas a à celui décrit par le cas b. A l'instant où les portes basculent, l'état immédiatement précédent devient la condition initiale de la phase de fonctionnement suivante.

4) En déduire l'évolution de la tension aux bornes du condensateur $v_c(t)$ dans chaque cas.
5) Même question pour $v_e(t)$
6) Tracer le graphe des tensions v_c, v_e, V_i, et V_s sur deux périodes.
7) A.N. : on donne : $R = 4{,}7$ kΩ ; $C = 0{,}1$ µF.

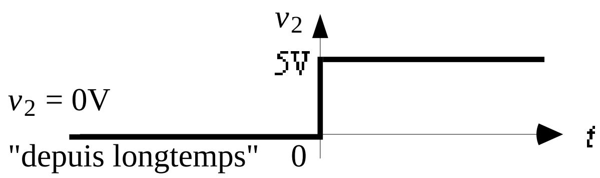
A25-4- Monostable

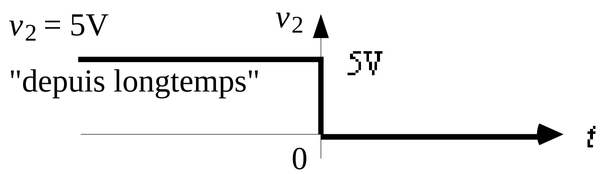
1) On considère le circuit suivant :
a) Écrire la relation liant les tensions v_2, v_3, v_c
b) Écrire la relation liant la tension v_c au courant i



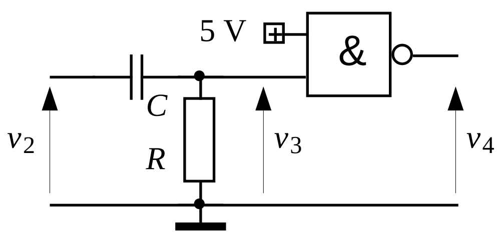
2) La tension v_2 évolue de la façon suivante :

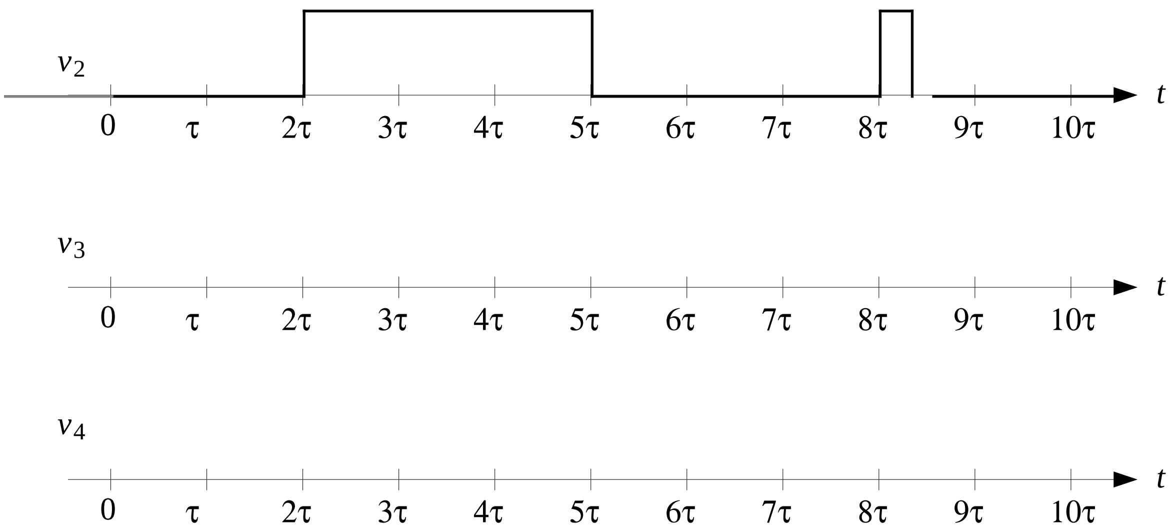
cas A : $\begin{cases} t \leq 0 \ : \ v_2 = 0 \\ t > 0 \ : \ v_2 = 5 \text{ V} \end{cases}$ cas B : $\begin{cases} t \leq 0 \ : \ v_2 = 5 \text{ V} \\ t > 0 \ : \ v_2 = 0 \end{cases}$



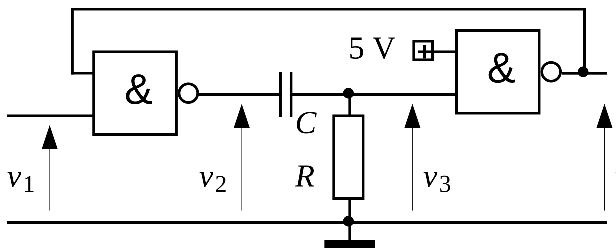


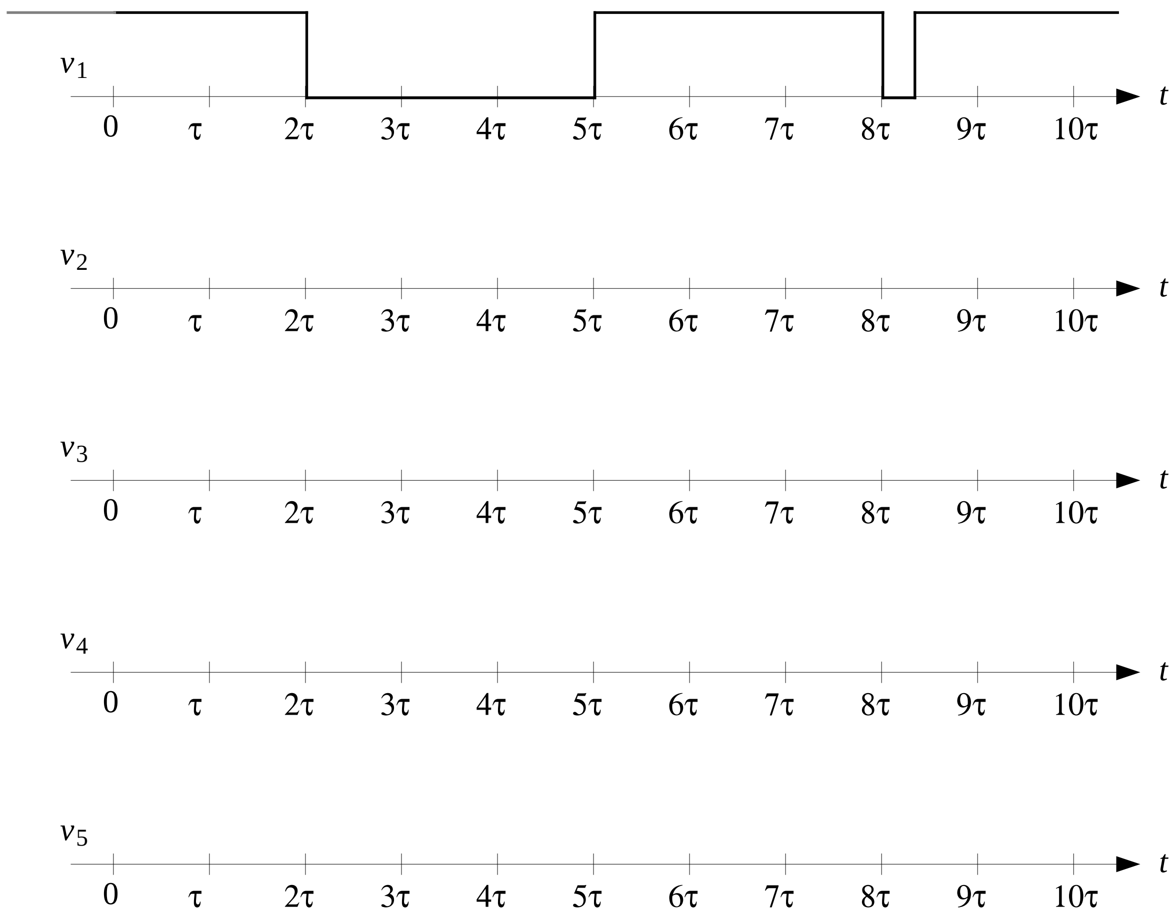
Dans chaque cas, calculer $v_3(t)$ par la méthode suivante : **a)** établir l'équation différentielle définissant $v_c(t)$, **b)** résoudre cette équation pour $t > 0$, **c)** appliquer la condition initiale en $t = 0$, **d)** en déduire $v_3(t)$.
e) Dans le cas A, soit $t = \theta$ l'instant où $v_3(t) = 2{,}5$V. Calculer θ en fonction de $\tau = RC$.
3) On suppose que $v_2(t)$ est une tension de niveaux TTL (0-5V). Représenter $v_2(t)$, $v_3(t)$ et $v_4(t)$. La fonction réalisée par ce circuit est-elle la fonction monostable ?





4) On modifie le montage comme suit. Même question : représenter $v_1(t)$ $v_2(t)$, $v_3(t)$ et $v_4(t)$ dans chaque cas. Montrer que, dans ce cas, la fonction réalisée est bien la fonction monostable.





REPONSES

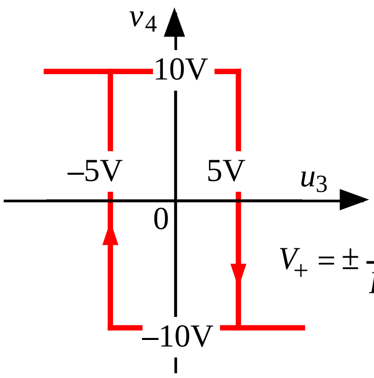
A25-1- Générateur de signaux

1a) Amplificateur A1 : montage intégrateur $\Rightarrow$ si u_1 = c^{te}, u_3 est une rampe de tension.

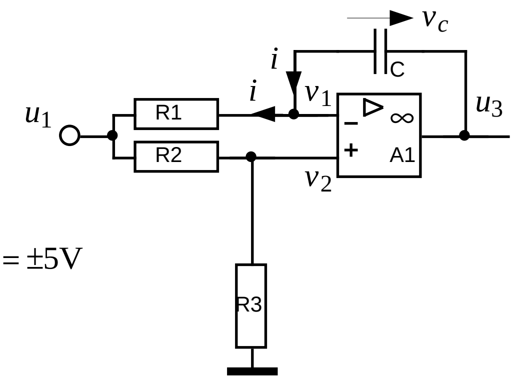
1b) Amplificateur A2 : régime de fonctionnement linéaire (boucle de rétraction sur l'entrée +) $\Rightarrow$ v_4 = ± 10 V (ampli A2 saturé). A2 est monté en comparateur à hystérésis.

La diode D1 empêche la base du transistor d'être portée à un potentiel négatif.

1c) Seuils de basculement : **1d)**



$$V_+ = \pm\frac{R_4}{R_4+R_5}V_{sat} = \pm\frac{V_{sat}}{2} = \pm 5\text{V}$$



1d) Le transistor T est équivalent à un interrupteur ouvert. L'amplificateur A1 est en régime de fonctionnement linéaire, donc v_1 = v_2. En appliquant la loi des nœuds sur l'entrée inverseuse (entrée –) de A1 (fig. ci-dessus), et sachant que le courant dans le condensateur vaut $C\dfrac{dv_c}{dt}$ il vient :

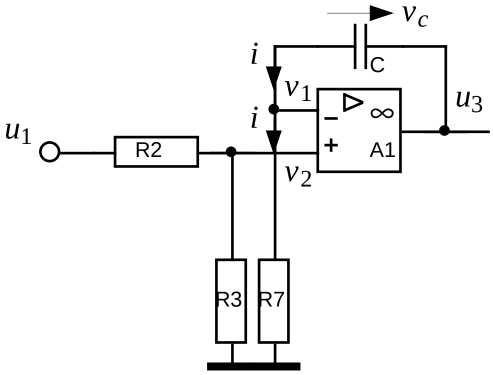
$$\left.\begin{array}{l} i = \dfrac{v_1 - u_1}{R_1} = C\dfrac{dv_c}{dt} \\ v_c = u_3 - v_1 \\ v_1 = v_2 \\ v_2 = \dfrac{R_3}{R_2+R_3}u_1 \end{array}\right\} \Rightarrow \frac{R_3}{R_2+R_3}\frac{u_1}{R_1} - \frac{u_1}{R_1} = C\frac{du_3}{dt} - C\frac{dv_1}{dt}$$

Or, comme u_1 = c^{te}, v_2 et v_1 le sont aussi, donc $\dfrac{dv_1}{dt} = 0$.

Il reste : $-\dfrac{R_2}{R_2+R_3}\dfrac{u_1}{R_1} = C\dfrac{du_3}{dt} \Rightarrow u_3 = -\dfrac{R_2}{R_2+R_3}\dfrac{1}{R_1C}\int u_1 dt \;\Rightarrow\; u_3 = -\dfrac{R_2}{R_2+R_3}\dfrac{1}{R_1C}u_1 t + c^{te}$

Comme u_1 >0, la tension u_3 est décroissante. Le comparateur à hystérésis et le transistor changent d'état quand u_3 atteint $-V_{sat}/2$.

1e) Le transistor T est équivalent à un interrupteur fermé. Le schéma devient :



$$\left.\begin{array}{l} i = \dfrac{v_1}{R_7} = C\dfrac{dv_c}{dt'} \\ v_c = u_3 - v_1 \\ v_1 = v_2 \\ v_2 = \dfrac{R_3}{R_2+R_3}u_1 \end{array}\right\} \Rightarrow \frac{R_3}{R_2+R_3}\frac{u_1}{R_7} = C\frac{du_3}{dt'} - C\frac{dv_1}{dt'}$$

Comme u_1 = c^{te}, $\frac{dv_1}{dt'}=0$. Il reste : $\frac{R_3}{R_2+R_3}\frac{u_1}{R_7}=C\frac{du_3}{dt'} \Rightarrow u_3=\frac{R_3}{R_2+R_3}\frac{1}{R_7C}\int u_1 dt'$

Soit : $u_3=\frac{R_3}{R_2+R_3}\frac{1}{R_7C}u_1t'+c^{te}$

Comme u_1 >0, la tension u_3 est croissante. Le comparateur à hystérésis et le transistor changent d'état quand u_3 atteint $+V_{sat}/2$.

1f) La tension u_3 varie donc entre $-V_{sat}/2$ et $+V_{sat}$. D'où les équations qui définissent son évolution :

$$u_3=-\frac{R_2}{R_2+R_3}\frac{1}{R_1C}u_1t+\frac{V_{sat}}{2} \quad \text{et} \quad u_3=\frac{R_3}{R_2+R_3}\frac{1}{R_7C}u_1t'-\frac{V_{sat}}{2}$$

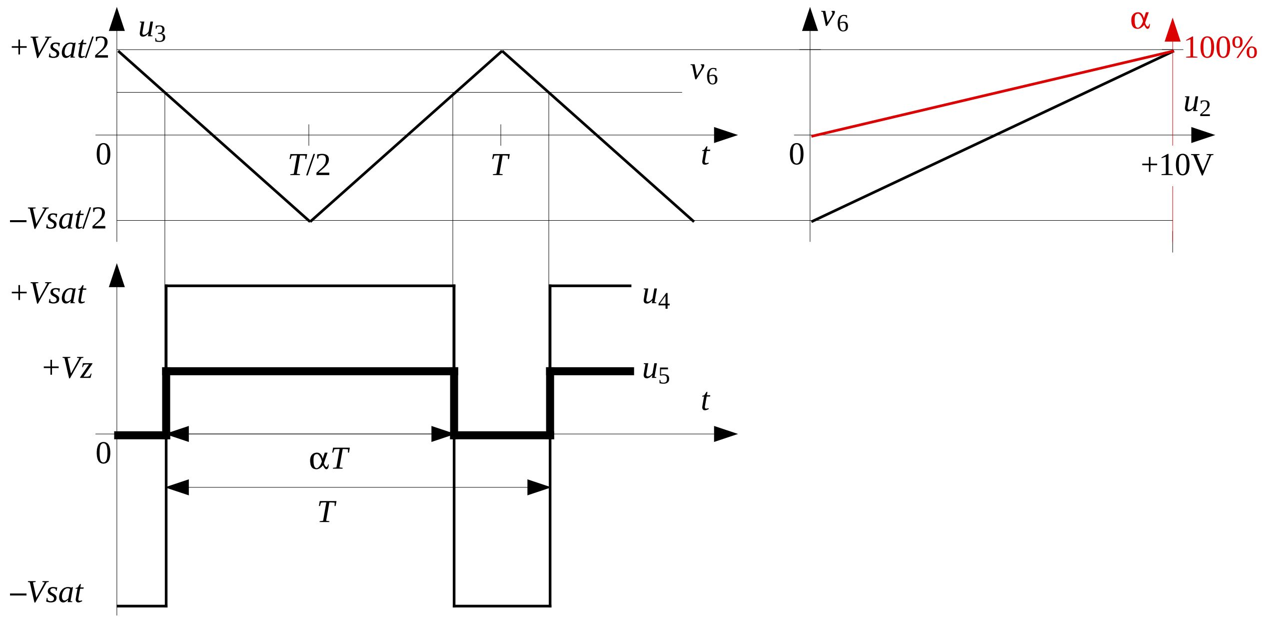
Pour que ce signal soit symétrique, il faut que les pentes croissante et décroissante soient égales, donc que $R_1 = R_7$ et que $R_2 = R_3$.

Alors pour $0<t<\frac{T}{2}$: $u_3=-\frac{1}{2R_1C}u_1t+\frac{V_{sat}}{2}$ et pour $\frac{T}{2}<t<T$: $u_3=\frac{1}{2R_1C}u_1\left(t-\frac{T}{2}\right)-\frac{V_{sat}}{2}$

La demi-période et la fréquence sont données par :

en $t=\frac{T}{2}$: $u_3=-\frac{1}{2R_1C}u_1\frac{T}{2}+\frac{V_{sat}}{2}=-\frac{V_{sat}}{2} \Rightarrow \frac{T}{2}=2R_1C\frac{V_{sat}}{u_1} \Rightarrow F=\frac{u_1}{4R_1CV_{sat}}$

On constate que la fréquence de u_3 est proportionnelle à u_1, on a donc bien un oscillateur à fréquence commandée en tension (VCO).



1g) $R_1=\frac{u_1}{4FCV_{sat}}=\frac{10}{4.1000.0,1.10^{-6}.10}=2,5\text{k}\Omega$.

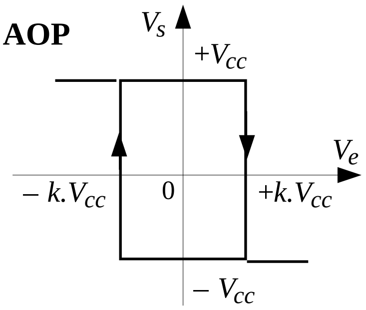
2a) A4 : comparateur simple : $u_4 = +V_{sat}$ si $u_3 < v_6$.

2b) Pour u_2 = 0, le rapport cyclique α s'annule, ce qui se produit lorsque v_6 tend vers $-kV_{sat}$. Réciproquement, pour u_2 = 10V, le rapport cyclique α tend vers 100% lorsque v_6 tend vers $+kV_{sat}$.

Il faut donc réaliser la fonction (voir figure) : $v_6=\frac{V_{sat}}{10}u_2-\frac{V_{sat}}{2}=u_2-5\text{V}$, obtenue facilement à l'aide d'un étage soustracteur de gain 1, ce qui implique que $R_8 = R_9 = R_{10} = R_{11}$ et V_{ref} réglée à –5V.

2c) $R_{12}=\frac{V_{sat}-V_z}{I_z}=\frac{10-5}{0,01}=500\Omega$

A25-2- Astable à AOP



$$k = \frac{R_1}{R_1 + R_2}$$

Selon l'état de l'A. Op en sortie, on a : $V_S = \pm V_{CC}$. Supposons que le condensateur soit déchargé à t = 0, et que $V_s(0) = + V_{CC}$. Le condensateur se charge, la tension V_e augmente selon une loi exponentielle et tendrait vers V_{CC}. Mais avant d'atteindre cette valeur, le comparateur bascule au moment où $V_e = +k.V_{CC}$. Alors la tension de sortie de l'A. Op. devient $V_S = - V_{CC}$. Le condensateur se décharge , la tension V_e diminue et tendrait vers $-V_{CC}$. Mais de nouveau le comparateur bascule lorsque $V_e = -k.V_{CC}$. Donc la tension de sortie de l'A. Op. s'inverse encore et devient $V_S = + V_{CC}$, le condensateur se recharge, etc.

On peut donc écrire le problème séparément pour la charge et la décharge, qui n'ont pas nécessairement la même constante de temps (question 3 : charge : $\tau = R_4.C$; décharge : $\tau' = R_3.C$), en choisissant dans chaque cas l'instant du basculement comme origine des temps.

a) Charge :

$$\left.\begin{array}{l} \tau \dfrac{dV_e}{dt} + V_e = +V_{CC} \\ V_e(0) = -k.V_{CC} \end{array}\right\} \Rightarrow V_e = V_{CC}\left[1-(k+1)e^{-\frac{t}{\tau}}\right]$$

Le temps t_1 de charge est le temps que met la tension V_e pour passer de $-k.V_{CC}$ à $+k.V_{CC}$.

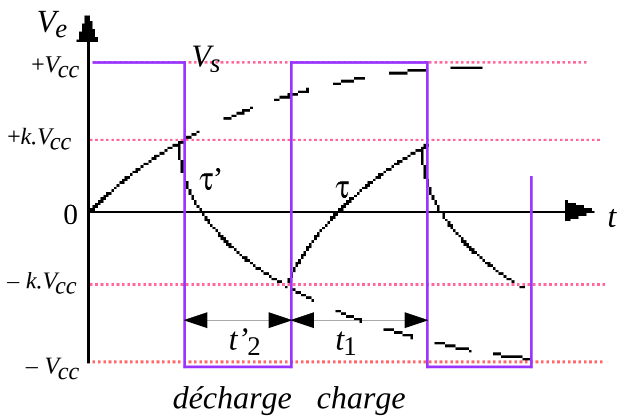
On trouve : $t_1 = \tau.\ln\dfrac{1+k}{1-k}$

b) Décharge :

$$\left.\begin{array}{l} \tau' \dfrac{dV_e}{dt'} + V_e = -V_{CC} \\ V_e(0) = +k.V_{CC} \end{array}\right\} \Rightarrow V_e = -V_{CC}\left[1-(k+1)e^{-\frac{t'}{\tau'}}\right]$$

Le temps t'_2 de décharge est le temps que met la tension V_e pour passer de $+k.V_{CC}$ à $-k.V_{CC}$.

On trouve : $t'_2 = \tau'.\ln\dfrac{1+k}{1-k}$



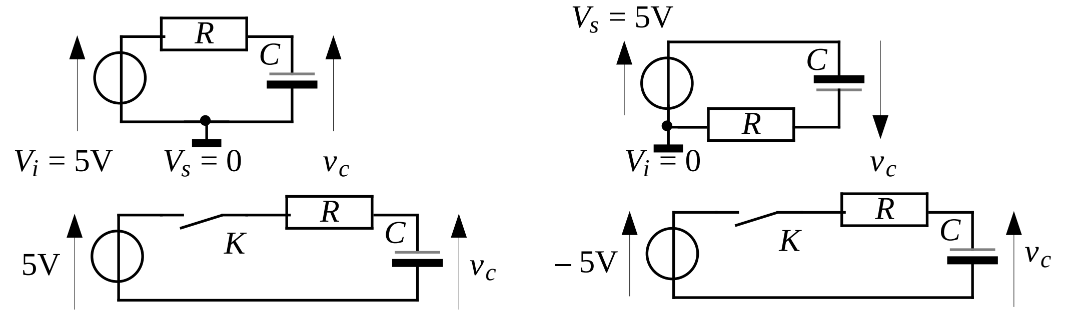
A25-3 : Astable a portes NON en technologie CMOS

1a) $v_c(t) = (V_0 - 5).e^{-t/\tau} + 5$

1b) $v_c(t) = (V_0 + 5).e^{-t/\tau} - 5$

2a) V_i = 5V ⇔ V_s = 0V ⇒ E = +5V

2b) V_i = 0V ⇔ V_s = 5V ⇒ E = –5V

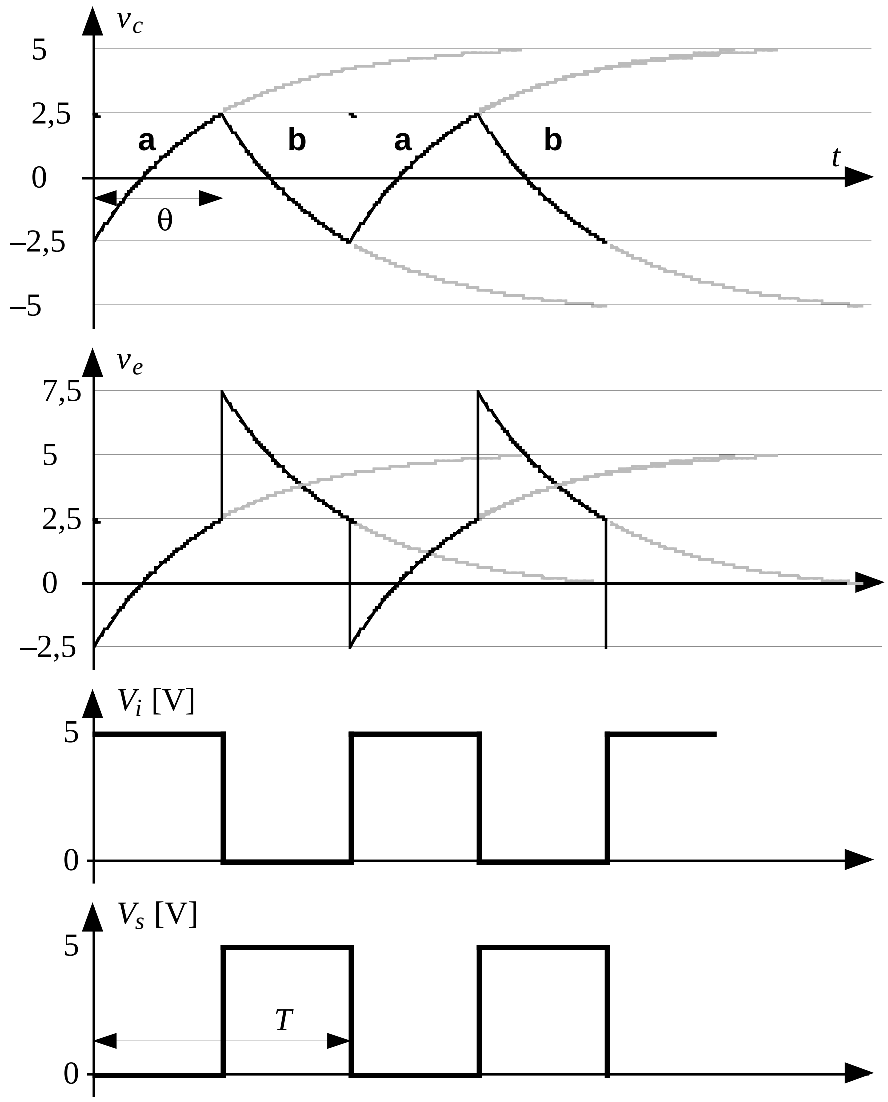


3) Par définition d'une ddp : $v_c = v_e - V_s$; ou par la loi des mailles : $v_e - v_c - V_s = 0$

On en déduit que les portes basculent quand $v_e = V_b$, c'est-à-dire quand $v_c = V_b - V_s$ = 2,5 V (cas a) ou –2,5 V (cas b).

4a) A la fin de la phase de fonctionnement décrite par le cas b, les portes ont basculé pour v_c = –2,5 V. Dans la phase qui suit (cas a), on a donc :

$$v_c(t) = (-2,5 - 5).e^{-t/\tau} + 5 = -7,5.e^{-t/\tau} + 5 \text{ V}$$



De même, à la fin de la phase de fonctionnement décrite par le cas a, les portes ont basculé pour v_c = +2,5 V. Dans la phase qui suit (cas b), on a donc :

$$v_c(t) = (+2,5 + 5).e^{-t/\tau} - 5$$
$$= 7,5.e^{-t/\tau} - 5$$

5) Donc, cas a :

$v_e = v_c + V_s$ avec V_s = 0

$\Rightarrow v_e(t) = -7,5.e^{-t/\tau} + 5$

Et cas b :

$v_e = v_c + V_s$ avec V_s = 5V

$\Rightarrow v_c(t) = 7,5.e^{-t/\tau}$

6) *Voir ci-contre*

7) Le temps que met la tension v_c pour passer de –2,5V à +2,5V (cas a) est :

$v_c(\theta) = -7,5.e^{-\theta/\tau} + 5 = 2,5$

$\Rightarrow \theta = \tau \ln 3$

Donc la période des oscillations est :

$T = 2\theta \approx 1$ ms

A25-4- Monostable

1a) $v_2 = v_3 + v_c$; **1b)** $i = C\dfrac{dv_c}{dt}$

2)

2a) $\left.\begin{array}{l} v_2 = v_3 + v_c \Rightarrow v_2 = R.i + v_c \\ i = C\dfrac{dv_c}{dt} \end{array}\right\} \Rightarrow \tau\dfrac{dv_c}{dt} + v_c = v_2$

2b) Cas A : $v_2(t > 0) = 5$ V

$$\tau\frac{dv_c}{dt} + v_c = 5 \Rightarrow v_c = k.e^{-\frac{t}{\tau}} + 5$$

Cas B : $v_2(t > 0) = 0$

$$\tau\frac{dv_c}{dt} + v_c = 0 \Rightarrow v_c = k.e^{-\frac{t}{\tau}}$$

2c) Pour $t < 0$, le système est stable "depuis longtemps", ce qui signifie qu'il n'y circule plus aucun courant, donc $v_3(0) = R.i = 0 \Rightarrow v_c(0) = v_2(0)$.

Cas A : $v_c(0) = v_2(0) = 0$

$$0 = k.e^0 + 5 \Rightarrow k = -5 \Rightarrow v_c = -5.e^{-\frac{t}{\tau}} + 5$$

Cas B : $v_c(0) = v_2(0) = 5$ V

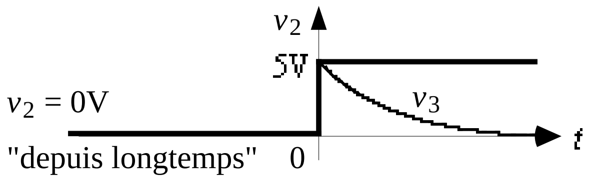
$$5 = k.e^0 \Rightarrow k = 5 \Rightarrow v_c = 5.e^{-\frac{t}{\tau}}$$

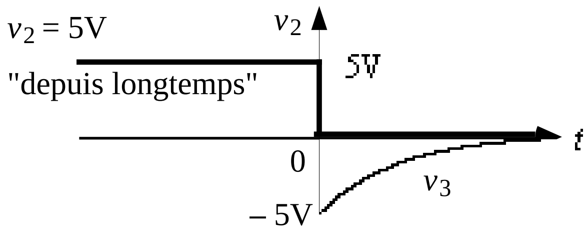
2d) Cas A : $v_2(t > 0) = 5$ V

$$v_3 = v_2 - v_c = 5 - \left(-5.e^{-\frac{t}{\tau}} + 5\right) = 5.e^{-\frac{t}{\tau}}$$

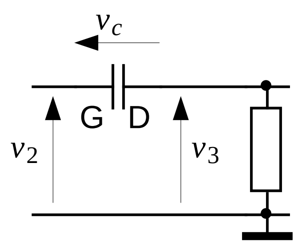
Cas B : $v_2(t > 0) = 0$

$$v_3 = v_2 - v_c = 0 - \left(5.e^{-\frac{t}{\tau}}\right) = -5.e^{-\frac{t}{\tau}}$$



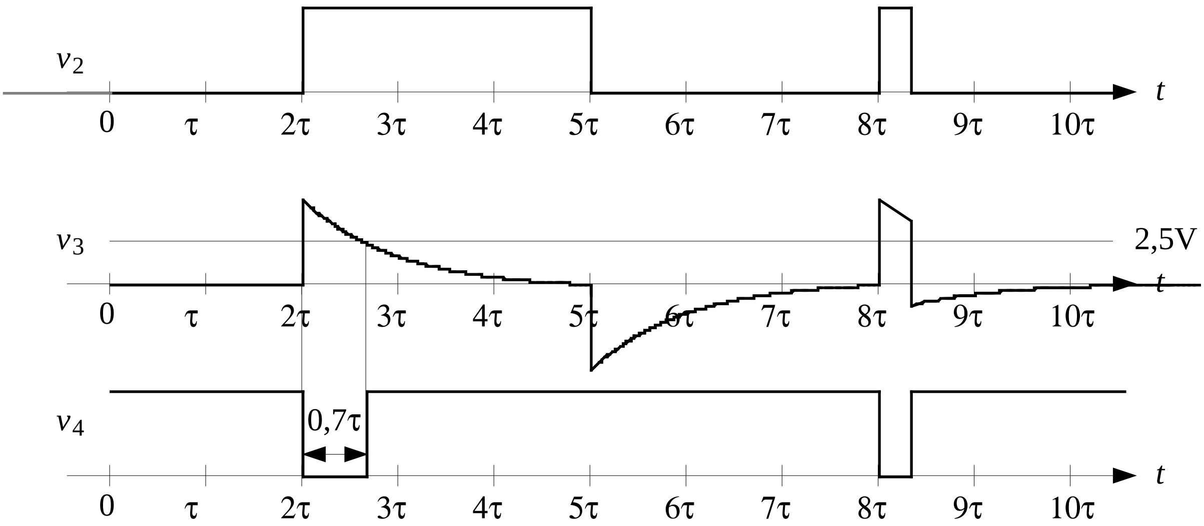


Remarque : on retrouve par le calcul un fait d'expérience bien connu : un condensateur n'admet pas de variation instantanée de tension à ses bornes. Dans le cas contraire, cela impliquerait en effet l'existence d'un courant infini (par $i = C.dv_c/dt$). Lorsque l'armature de gauche ("G" sur le schéma) subit brusquement une variation Δu de potentiel, celle-ci est immédiatement et intégralement transmise à l'armature de droite ("D"), de sorte que la ddp $v_c = v_2 - v_3$ entre les deux armatures reste constante pendant cette transition ($\Delta v_c = \Delta u - \Delta u = 0$).



2e) $2,5 = 5.e^{-\frac{t}{\tau}} \Rightarrow \dfrac{2,5}{5} = e^{-\frac{t}{\tau}} \Rightarrow \dfrac{5}{2,5} = e^{\frac{t}{\tau}} \Rightarrow \dfrac{t}{\tau} = \ln\dfrac{5}{2,5} \Rightarrow t = \tau \ln 2 \approx 0,7\tau$

3) La fonction réalisée par ce circuit n'est pas la fonction monostable, car la durée de l'impulsion de sortie dépend de la durée de l'impulsion d'entrée si celle-ci est inférieure à 0,7τ.



4) Cette fois la fonction réalisée par ce circuit est bien la fonction monostable (déclenchée sur un front descendant), car la durée de l'impulsion de sortie est indépendante de la durée de l'impulsion d'entrée et égale à 0,7τ.