

B24 - Fourier

But : acquérir un signal et analyser son spectre.

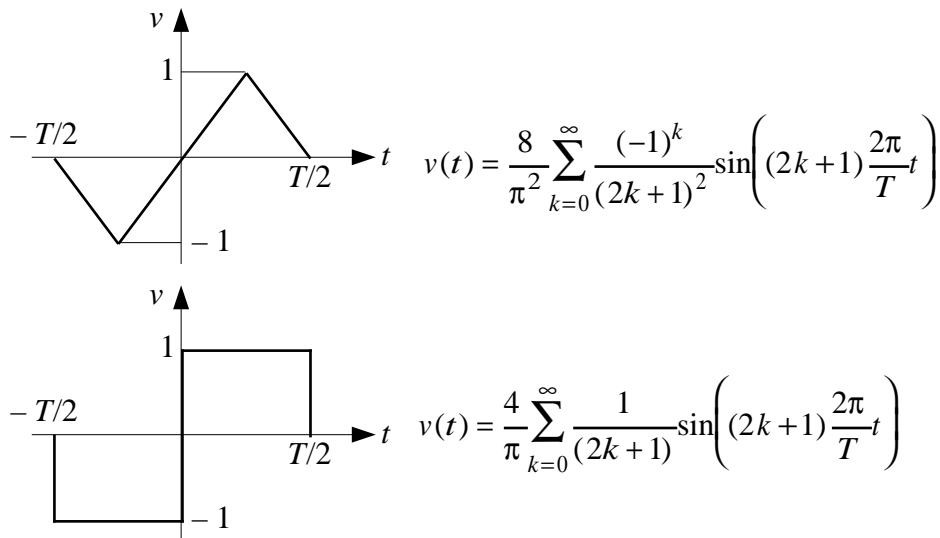
1- Synthèse de Fourier

On désire réaliser la synthèse de différents signaux à partir de la connaissance de l'amplitude et de la phase de leurs harmoniques.

On dispose du programme de calcul (écrit en JAVA) *FourierSynthesis* présenté sur la page *FourierSynthesis_Simulation.html* (ouvrir Internet Explorer).

1°) Utilisation des formules de décomposition en série de Fourier de signaux périodiques.

On donne ci-dessous les décompositions en série de Fourier d'un signal triangulaire et d'un signal carré d'amplitude 1 V et de période T .



Soit n le rang d'un harmonique ($n \geq 1$). Pour ces signaux, on montre qu'il n'y a pas d'harmoniques de rang pair, ce que l'on traduit en posant : $n = 2k + 1$. D'après les valeurs fournies par ces relations, calculer :

k	n	TRIANGLE			CARRÉ		
		amplitude	val efficace	phase	amplitude	val efficace	phase
0							
1							
2							
3							
4							

Saisir ces données. Exécuter le programme.

Imprimer les graphes obtenus (triangle et carré).

Application :

a) calculer la valeur efficace vraie de ces signaux. *Rappel :*

$$V_{\text{TRMS}} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T v^2(t) dt}$$

b) calculer la valeur efficace des signaux synthétisés ($n < 10$) par :

$$V_{\text{eff}} = \sqrt{\sum_{n=1}^9 V_{n, \text{eff}}^2}$$

c) calculer leur *taux d'harmonique ramené au fondamental* (THD) : $THD = \frac{\sqrt{\sum_{n=2}^9 V_{n_{\text{eff}}}^2}}{V_{1_{\text{eff}}}}$

2*) Phénomène de Gibbs (signal carré uniquement)

La reconstitution d'un signal présentant une discontinuité nécessite un nombre élevé de termes, alors qu'un petit nombre de terme suffit lorsque les variations du signal sont "lentes". De la même façon qu'il est impossible de représenter la quantité réelle $1/3$ par une suite finie de chiffre ($0,33333333$ n'est qu'une approximation grossière de $1/3$!), il est impossible de reconstruire un signal périodique possédant une transition instantanée (comme un carré) par une série finie de termes. Il en résulte une représentation erronée présentant un dépassement caractéristique au niveau de la discontinuité ("phénomène de Gibbs").

Mesurer ce dépassement, en %.

NB : **clic-gauche maintenu** : on peut effectuer une mesure sur le graphe en maintenant enfoncé le bouton gauche de la souris (les coordonnées du pointeur apparaissent en bas à gauche de la fenêtre).

3*) Influence du spectre de phase

a) Observer l'influence du spectre de phase sur l'allure d'un signal en synthétisant le signal suivant (l'imprimer) :

$$v_1(t) = 0,5 + \sin(\omega t) + 0,8 \cdot \sin(2\omega t + \pi/4) + 0,4 \cdot \sin(3\omega t - 3\pi/2) + 0,2 \cdot \sin(4\omega t + \pi/2) + 0,1 \cdot \sin(5\omega t - \pi/3)$$

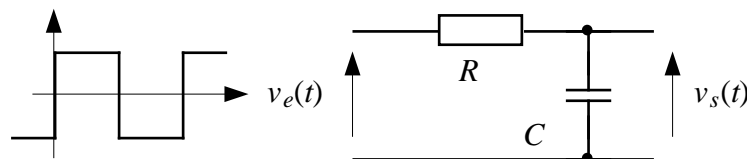
puis le signal suivant, où toutes les phases nulles :

$$v_0(t) = 0,5 + \sin(\omega t) + 0,8 \cdot \sin(2\omega t) + 0,4 \cdot \sin(3\omega t) + 0,2 \cdot \sin(4\omega t) + 0,1 \cdot \sin(5\omega t)$$

b) Calculer les valeurs efficaces de $v_1(t)$ et de $v_0(t)$. Conclusion.

4*) Etude de la réponse d'un système du 1er ordre par synthèse de Fourier

Un signal carré $v_e(t)$ de période $T = 1\text{s}$, d'amplitude comprise entre -1V et $+1\text{V}$, est appliqué à l'entrée d'un circuit RC de constante de temps $\tau = 0,2\text{s}$:



a) Rappeler succinctement l'allure du signal de sortie $v_s(t)$ mesuré aux bornes du condensateur.

b) Rappeler l'expression littérale de la fonction de transfert $H(j\omega)$ du circuit. En déduire les expressions de l'amplitude et de la phase de la tension de sortie.

c) Connaissant la décomposition en série de Fourier du signal carré (cf 1°), calculer l'amplitude et la phase des 10 premiers harmoniques de la tension $v_s(t)$.

n	Ve	Arg(Ve)	H	Arg(H)	Vs	Arg(Vs)
1						
3						
5						
7						
9						

d) Synthétiser ce signal à l'aide du programme précédent. Imprimer.

2- Analyse de fourier : calcul par Transformation de Fourier

Exécuter le programme *ejs_FourierAnalysis.jar*. Utilisation :

a) Saisir une formule dans la zone prévue à cet effet. Le signal est considéré par le programme comme étant nécessairement une fonction périodique du temps (*t*). Sa période est constante et arbitrairement égale à 2π (soit une fréquence $f \approx 0,16$ Hz). Le nombre d'échantillons est *N* (à l'ouverture du programme, $N = 64$).

Syntaxe usuelle : la multiplication s'écrit *, la constante π s'écrit **pi**, la virgule décimale s'écrit par un point, etc.

b) Le signal apparaît dans la fenêtre supérieure (temps en abscisse), son spectre d'amplitude (= liste des amplitudes des harmoniques) dans la fenêtre inférieure (rang en abscisse). La raie de rang 0 est la composante continue du signal, la raie de rang 1 l'amplitude du fondamental.

Si l'on coche **Power Spectrum**, c'est le spectre de puissance qui est affiché (*rappel* : le spectre de puissance est la liste des carrés des amplitudes).

c) **Clic-gauche maintenu** sur le rectangle en haut d'une raie : la composante harmonique correspondante est affichée en rouge dans la fenêtre signal. En outre, les coordonnées du pointeur apparaissent en bas à gauche de la fenêtre.

d) Si l'on coche **Synthesize**, la synthèse des composantes sélectionnées est affichée en bleu dans la fenêtre signal. On peut alternativement sélectionner ou désélectionner chaque composante par un **clic-gauche** sur le rectangle en haut d'une raie.

1°) **Observer le spectre** de quelques signaux usuels qui peuvent être obtenus par exemple à l'aide des formules suivantes (tous ces signaux sont d'amplitude égale à 1). Justifier dans chaque cas l'allure du spectre obtenu.

- signal continu 1
- signal sinusoïdal $\sin(t), \sin(2*t), \sin(3*t), \text{etc.}$
- signal triangle bipolaire (*amplitude 1*) $2*\text{asin}(\sin(t))/\text{pi}$
- signal carré bipolaire (*amplitude 1*) $-\text{sign}(t-\text{pi})$
- signal AM (taux de modulation *a*, fréquence porteuse **F**) $(1+a*\sin(t))*\sin(\mathbf{F}*t)$
 (*remplacer dans cette formule a par un nombre compris entre 0 et 1*)
 (*remplacer dans cette formule F par un nombre ≥ 2 , par exemple $\mathbf{F} = 20$*)
Rappel : $\sin(A).\sin(B) = (1/2) [\cos(A-B) - \cos(A+B)]$

Observer également, sans les justifier, les spectres suivant :

- signal rectangulaire (*amplitude 1, rapport cyclique α*) $-\text{sign}(t-\alpha*2*\text{pi})$
 (*remplacer dans cette formule α par un nombre compris entre 0 et 1*)
- signal MLI (taux de modulation *a*, fréquence porteuse **F**) $\text{sign}((\pi/2)*a*\sin(t)-\text{asin}(\sin(\mathbf{F}*t)))$
 (*par exemple a = 1*)
 (*remplacer dans cette formule F par un nombre ≥ 2 , par exemple $\mathbf{F} = 20$*)
- signal FM (taux de modulation *a*, fréquence porteuse **F**) $\sin(\mathbf{F}*t+a*\sin(t))$
 (*remplacer dans cette formule a par un nombre ≥ 2 , par exemple a = 10*)
 (*remplacer dans cette formule F par un nombre ≥ 2 , par exemple $\mathbf{F} = 20$*)

2°) Phénomène de "repliement" du spectre (aliasing).

Afficher un signal carré. Soit $N = 20$.

Mesurer les valeurs des amplitudes de ces dix premières harmoniques. Comparer ces valeurs à celles que fournissent les séries de Fourier (cf § 1-1) en calculant, pour chaque harmonique, l'erreur relative en % définie par : $\frac{\text{amplitude théorique (série de Fourier)} - \text{amplitude calculée (Analyse de Fourier)}}{\text{amplitude théorique}}$.

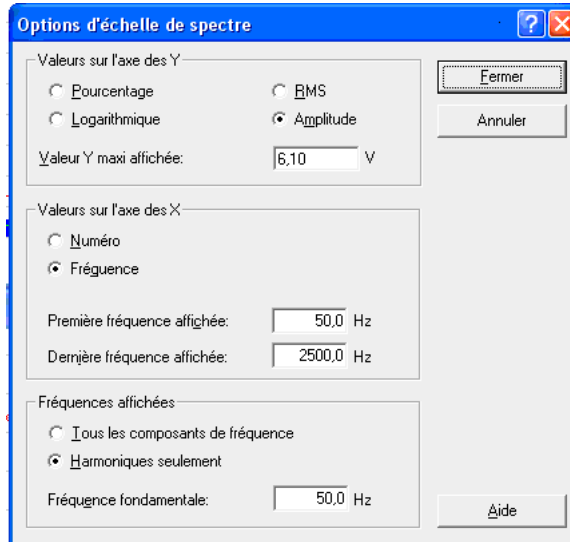
Conclusion.

n	carré (Math)	carré (Analyse)	erreur %
1			
3			
5			
7			
9			

3°) Utilisation d'un logiciel d'analyse de spectre

Générer un signal carré TTL 50 Hz. Analyser son spectre à l'aide du logiciel *Flukeview*®.

menu **Outils** → **Spectre**
 menu **Options** → **Echelle**

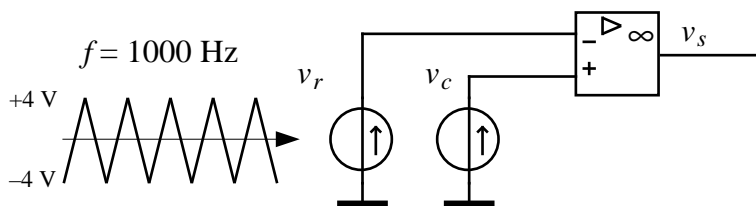


Remplir le tableau suivant :

Base de temps	Fréquence du fondamental	Fenêtre d'observation	Fréquence maxi	Fréquence d'échantillonnage	Période d'échantillonnage	Nombre d'échantillons	Nombre de raies
BT (ms)	F1 ou Δf (Hz)	T = 1/Δf [ms]	Fmax [Hz]	Fe = 2Fmax	Te = 1/Fe [ms]	N = T/Te	
5	50						
10	50						
20	50						
50	50						
100	50						
> 100	50						

3- Analyse du spectre d'un signal Modulé en Largeur d'Impulsion (MLI)

1°) Etude d'une commande "palier et rampe"



On note A l'amplitude du signal triangulaire. Soit A = 4 V. La tension v_c est une tension continue réglable comprise entre +A et -A. On note α le rapport cyclique défini comme suit :

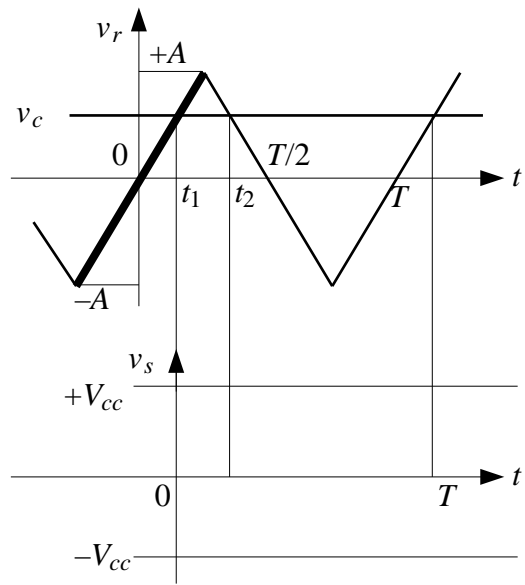
$$\alpha = \frac{\text{durée de l'état haut, où } V_s = +V_{cc}}{T}$$

Tracer la courbe $\alpha\%(v_c)$.

Conclusion : quel est la fonction réalisée par une commande "palier et rampe" ?

2°) **Etude théorique :**

- a) Tracer le graphe de la tension $v_s(t)$
- b) Exprimer la relation $v_r(t)$ pour le segment de droite dessiné **en gras**.
- c) En déduire l'expression de l'instant t_1 où $v_r(t_1) = v_c$.
- d) Par symétrie, en déduire la durée $t_2 - t_1$.
- e) En déduire l'expression du rapport cyclique α .
- f) Etablir l'expression de la valeur moyenne $\overline{V_s}$ en fonction de V_{cc} et α .
- g) Des questions e) et f) déduire l'expression de la relation $\overline{V_s}(V_c)$. Conclusion.



3°) **Analyse du spectre du signal MLI**

Le signal v_c est maintenant un signal sinusoïdal alternatif d'amplitude V_c . Le signal triangulaire v_r ("porteuse") est **modulé** par le signal v_c ("signal modulant"). Soit $M = V_c/A$ le **coefficient de modulation** du signal triangulaire par le signal sinusoïdal.

Triangle : $f = 1000$ Hz, $V_r = \pm 4$ V ; Sinus : $f = 50$ Hz, V_c variable.

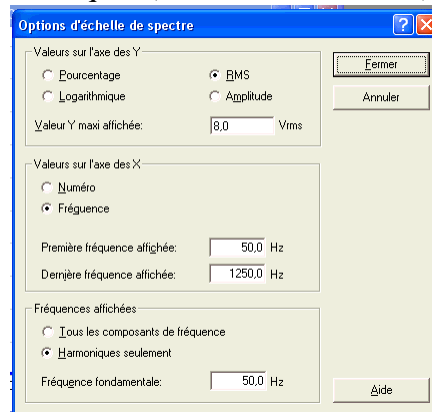
Pour M variant de 0,5 à 1,5 par pas de 0,25 mesurer le spectre du signal MLI à l'aide du logiciel *Flukeview*®.

Relever les valeurs des amplitudes des différents harmoniques (cf tableau ci-dessous).

base de temps : 2ms/div
 entrée A : signal sinusoïdal
 entrée B : signal MLI, 5 V/div

Remplir le tableau des amplitudes des harmoniques de la tension $v_s(t)$.

Tracer la courbe $THD = f(M)$. Conclusion.



n \ M	0,5	0,75	1	1,25	1,5
1					
2					
3					
4					
5					
THD					

Commentaires

1- Synthèse de Fourier

1°) *Utilisation des formules de décomposition en série de Fourier de signaux périodiques.*

Carré :

$$v(t) = \frac{4}{\pi} \left[\sin \frac{2\pi}{T}t + \frac{1}{3} \sin 3 \frac{2\pi}{T}t + \frac{1}{5} \sin 5 \frac{2\pi}{T}t + \frac{1}{7} \sin 7 \frac{2\pi}{T}t + \frac{1}{9} \sin 9 \frac{2\pi}{T}t + \dots \right]$$

Triangle :

$$v(t) = \frac{8}{\pi^2} \left[\sin \frac{2\pi}{T}t - \frac{1}{3^2} \sin 3 \frac{2\pi}{T}t + \frac{1}{5^2} \sin 5 \frac{2\pi}{T}t - \frac{1}{7^2} \sin 7 \frac{2\pi}{T}t + \frac{1}{9^2} \sin 9 \frac{2\pi}{T}t - \dots \right]$$

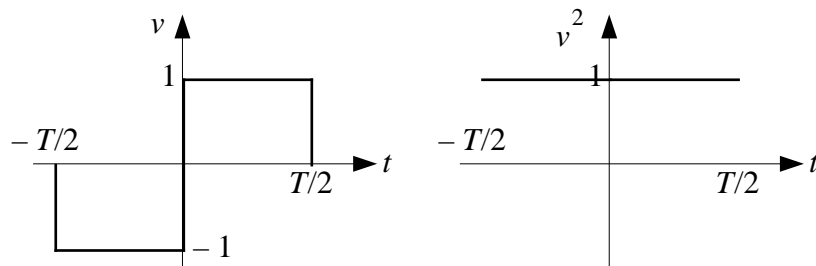
On peut, dans cette relation, faire apparaître la phase sachant que $-\sin x = \sin(-x) = \sin(x+\pi)$:

$$v(t) = \frac{8}{\pi^2} \left[\sin \frac{2\pi}{T}t + \frac{1}{3^2} \sin \left(3 \frac{2\pi}{T}t + \pi \right) + \frac{1}{5^2} \sin 5 \frac{2\pi}{T}t + \frac{1}{7^2} \sin \left(7 \frac{2\pi}{T}t + \pi \right) + \frac{1}{9^2} \sin 9 \frac{2\pi}{T}t + \dots \right]$$

		TRIANGLE			CARRÉ		
k	n	amplitude	val efficace	phase	amplitude	val efficace	phase
		$A = 8/(\pi n)^2$	$V_{\text{eff}} = A/\sqrt{2}$		$A = 4/(\pi n)$	$V_{\text{eff}} = A/\sqrt{2}$	
0	1	0,811	0,573	0	1,273	0,900	0
1	3	0,090	0,064	π	0,424	0,300	0
2	5	0,032	0,023	0	0,255	0,180	0
3	7	0,017	0,012	π	0,182	0,129	0
4	9	0,010	0,007	0	0,141	0,100	0
VRMS			0,5770			1,0000	
Veff			0,5773			0,9796	
THD			0,120			0,429	

a) Valeur efficace vraie : $V_{\text{TRMS}} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T v^2(t) dt}$

Carré : quand on élève $v(t)$ au carré, on trouve : $v^2(t) = 1$. Donc : $V_{\text{TRMS}} = 1$

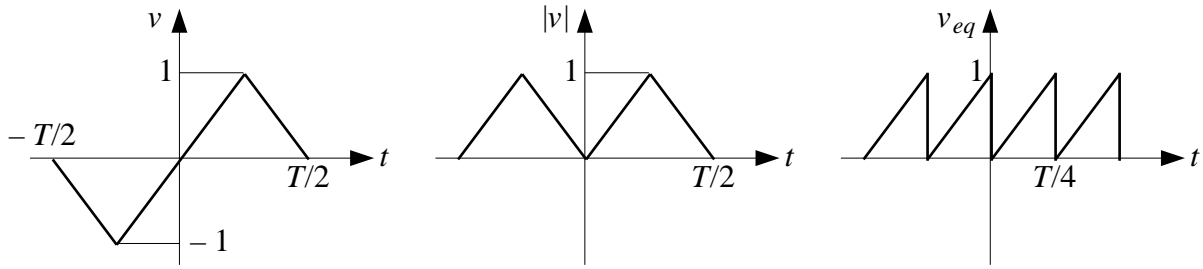


Triangle : pour simplifier le calcul, on remarque que :

- la valeur efficace de $|v(t)|$ de période $T/2$ est la même que celle de $v(t)$ de période T .
 - la valeur efficace de $v(t)$ est la même que ce signal soit croissant ou décroissant
- En résumé, $v(t)$ équivaut à un signal de période $T/4$ (cf figure ci-dessous)

- l'équation de $v(t)$ pour $0 \leq t \leq \frac{T}{4}$ est : $v(t) = \frac{4}{T}t$

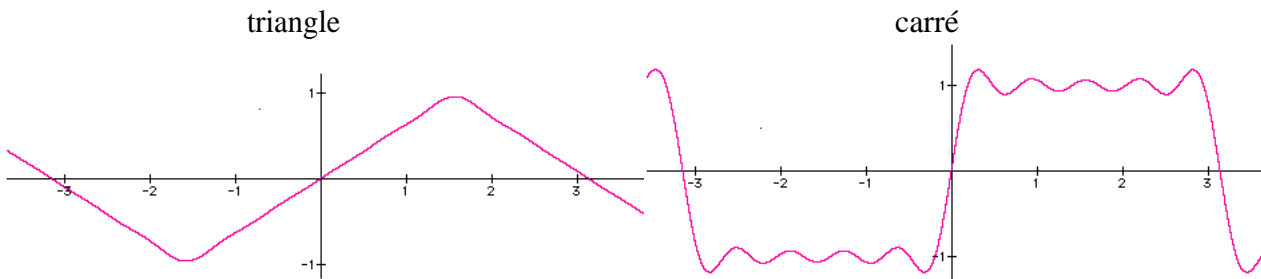
$$\Rightarrow V_{\text{TRMS}} = \sqrt{\frac{4}{T} \int_0^{T/4} \left(\frac{4}{T}t \right)^2 dt} = \sqrt{\frac{64}{T^3} \left[\frac{1}{3}t^3 \right]_0^{T/4}} = \sqrt{\frac{64}{T^3} \frac{1}{3} \frac{T^3}{64}} = \frac{1}{\sqrt{3}} = 0,577$$



b) Valeur efficace du signal composé de son fondamental et de ses quatre premières harmoniques. On calcule :

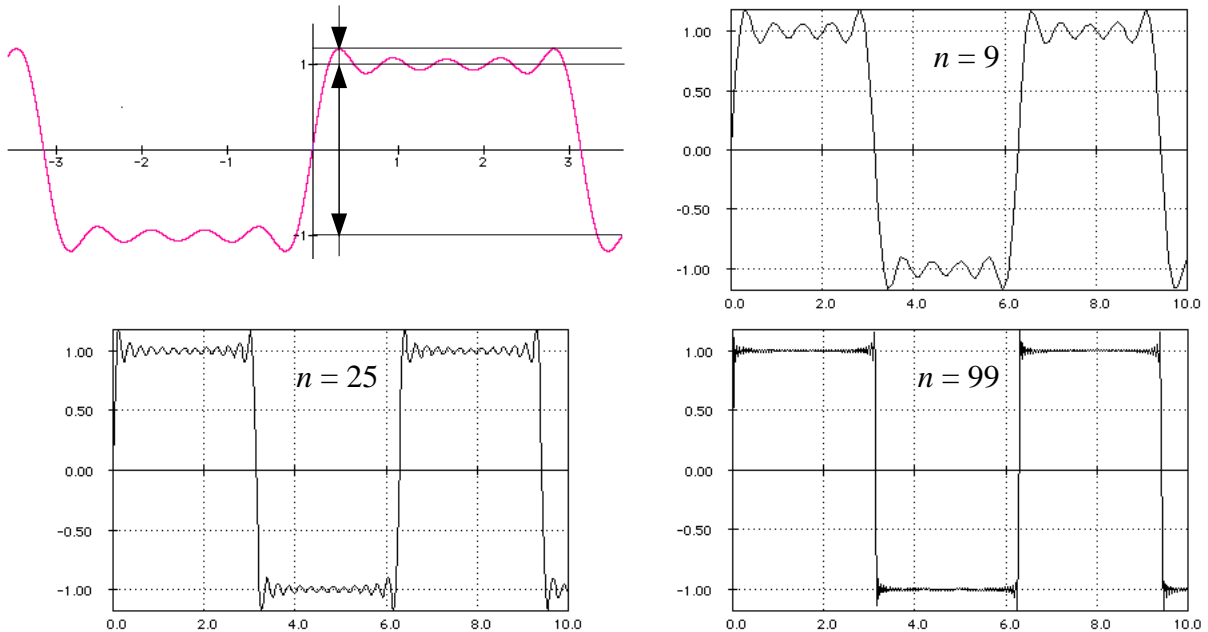
$$V_{eff} = \sqrt{V_{1eff}^2 + V_{3eff}^2 + V_{5eff}^2 + V_{7eff}^2 + V_{9eff}^2}$$

La synthèse de ces signaux donne les graphes suivants :



c) On calcule : $THD = \frac{\sqrt{V_{3eff}^2 + V_{5eff}^2 + V_{7eff}^2 + V_{9eff}^2}}{V_{1eff}}$ (cf tableau ci-dessus)

2*) **Phénomène de Gibbs** : dépassement $\approx 9\%$



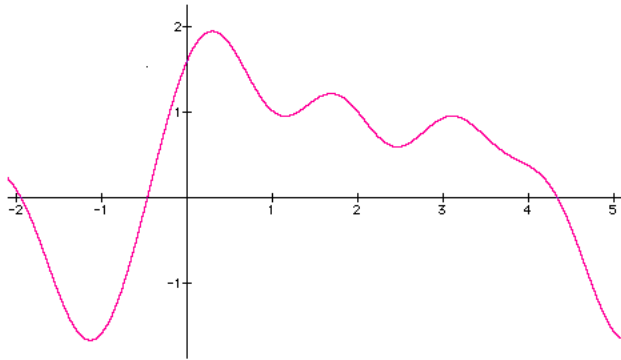
Il faut parfois se méfier des mathématiques ! S'il est vrai que cette série de Fourier représente le signal carré pour $n \rightarrow \infty$, cette construction s'accompagne d'un dépassement qui reste

constant en amplitude ($\approx 9\%$) mais diminue progressivement en "épaisseur" au fur et à mesure que s'ajoutent de nouvelles harmoniques de fréquences plus élevées. A l'infini, ce dépassement est "d'épaisseur" nulle.

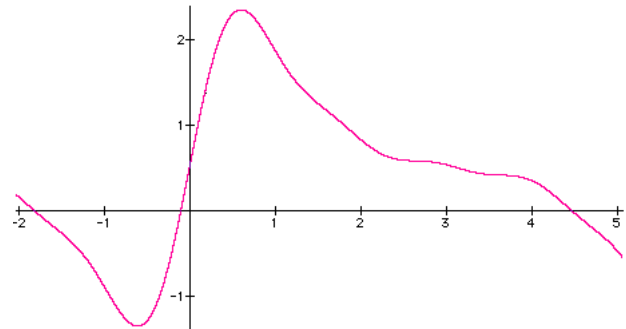
Ce phénomène est caractéristique des signaux présentant un front (montant ou descendant) instantané : dans la pratique, la synthèse de tels signaux est impossible.

3*) Influence du spectre de phase

a) $v_1(t)$, obtenu en tenant compte des phases :



$v_0(t)$, obtenu sans les phases :



b) La valeur efficace de ces deux signaux est la même !

$$V_{eff} = \sqrt{0,5^2 + \frac{1}{2} + \frac{0,8^2}{2} + \frac{0,4^2}{2} + \frac{0,2^2}{2} + \frac{0,1^2}{2}} \approx 1,084 \text{ V}$$

4*) Etude de la réponse d'un système du 1er ordre par synthèse de Fourier

On sait que la fonction de transfert du circuit RC est :

$$\underline{T}(j\omega) = \frac{V_s}{V_e} = \frac{1}{1 + j \frac{f}{F_0}} \quad \text{avec} \quad F_0 = \frac{1}{2\pi\tau} = 0,8 \text{ Hz}$$

La fréquence du fondamental est :

$$F_1 = \frac{1}{T} = 1 \text{ Hz}$$

Cette fonction s'applique au fondamental et à chaque harmonique de rang n du signal :

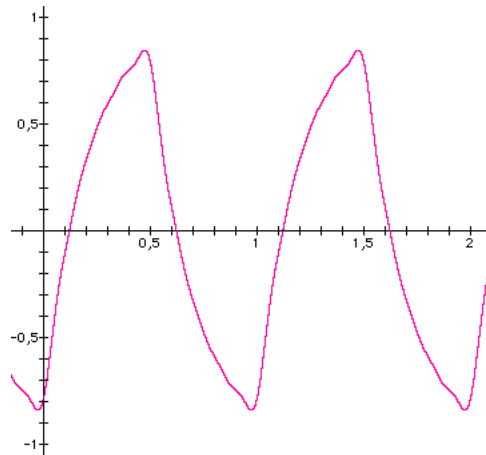
$$V_{sn} = |\underline{T}(j\omega_n)| V_{en} = \frac{V_{en}}{\sqrt{1 + \left(\frac{nF_1}{F_0}\right)^2}}$$

$$\text{Arg}(V_{sn}) = \text{Arg}(\underline{T}(j\omega_n)) + \text{Arg}(V_{en}) = -\arctan\left(\frac{nF_1}{F_0}\right) + \text{Arg}(V_{en})$$

En reprenant les valeurs de la décomposition du signal carré obtenues au §1, il vient :

n	Ve	Arg(Ve)	T	Arg(T)	Vs	Arg(Vs) [rad]	Arg(Vs) [°]
1	1,273	0	0,623	-0,899	0,793	-0,899	-51,5
3	0,424	0	0,256	-1,312	0,109	-1,312	-75,1
5	0,255	0	0,157	-1,413	0,040	-1,413	-81,0
7	0,182	0	0,113	-1,458	0,021	-1,458	-83,5
9	0,141	0	0,088	-1,483	0,012	-1,483	-84,9

Connaissant l'amplitude et la phase de chaque composante de v_s , on obtient par synthèse le signal suivant :



Remarque : il est possible de déterminer directement le signal de sortie d'après la résolution de l'équation différentielle du 1er ordre qui caractérise ce circuit :

$$\tau \frac{dv_s}{dt} + v_s = v_e$$

Soit $v_e = +1\text{V}$ (première demi-période). La solution complète est :

$$v_s = (v_{s\min} - 1)e^{-\frac{t}{\tau}} + 1$$

Or $t = T/2$, v_s vaut $v_{s\max}$, que l'on calcule :

$$v_{s\max} = (v_{s\min} - 1)e^{-\frac{T}{2\tau}} + 1$$

Par raison de symétrie, $v_{s\max} = -v_{s\min}$. Sachant que $T = 1\text{s}$ et que $\tau = 0,2\text{s}$:

$$v_{s\max} = \frac{1 - e^{-\frac{T}{2\tau}}}{1 + e^{-\frac{T}{2\tau}}} = 0,85\text{V}$$

D'où :

$$\text{Pour } 0 < t < \frac{T}{2} : v_s = -1,85e^{-5t} + 1$$

$$\text{Pour } \frac{T}{2} < t < T : v_s = 1,85e^{-5(t-T/2)} - 1$$

2- Analyse de fourier : calcul par Transformation de Fourier

1°) Observation le spectre

- Signal continu : raie unique en $f = 0$ Hz
- Signal sinusoïdal : raie unique en $f = 1$ Hz (pour $\sin t$), 2 Hz (pour $\sin 2t$), 3Hz (pour $\sin 3t$), etc
- Signaux triangulaires et carrés : on observe des raies d'amplitude égales aux valeurs calculées par série de Fourier. On note toutefois que ces amplitudes diffèrent peu à peu des valeurs exactes au fur et à mesure que la fréquence augmente(cf § suivant).
- Signal AM : il est possible de calculer son spectre :

$$(1 + a \sin t) \cdot \sin Ft = \sin Ft + a \sin t \cdot \sin Ft = \sin Ft + \frac{a}{2} \cos(F - 1)t + \frac{a}{2} \cos(F + 1)t$$

On obtient donc un spectre composé de 3 raies :

- une raie centrale (la porteuse) de fréquence F et d'amplitude 1
- deux raies latérales (appelées "bandes latérales") de fréquences $F \pm 1$ et d'amplitude $a/2$.

2°) Phénomène de "repliement" du spectre (aliasing).

Résultats obtenus avec $N = 20$ points.

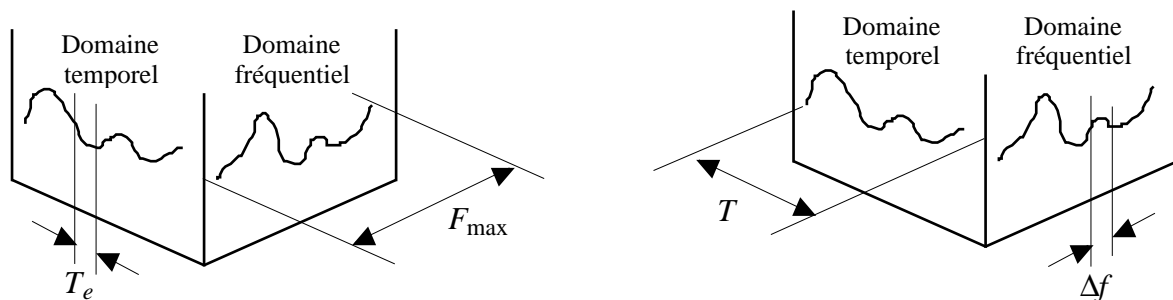
n	carré (Math)	carré (Analyse)	erreur %
1	1,273	1,278	0,4%
3	0,424	0,441	3,9%
5	0,255	0,283	11,1%
7	0,182	0,224	23,2%
9	0,141	0,202	42,8%

On constate que l'erreur augmente avec n . Bien évidemment, on obtient une meilleure précision avec un nombre N de points plus grand.

3°) Utilisation d'un logiciel d'analyse de spectre : choix des paramètres

Pour utiliser convenablement un logiciel d'analyse de spectre il faut choisir un ensemble de 5 paramètres, liés entre eux par un certain nombre de relations :

- N : nombre d'échantillons dans le domaine temporel
- T : durée ou "fenêtre" d'observation
- T_e : période d'échantillonnage (= résolution dans le domaine temporel)
- F_{\max} : plus grand fréquence observable (= largeur du spectre, de 0 à F_{\max})
- $\Delta f = F_1$: résolution du spectre, égale à la fréquence du fondamental (plus petite fréquence observable)



Il est souvent souhaitable de faire des compromis pour obtenir les informations de la manière la plus efficace. Le tableau ci-dessous indique les valeurs à sélectionner pour cela :

Choisir un paramètre arrondi à une valeur simple	Ce choix fixe nécessairement le paramètre ci-dessous (à cause des relations indiquées entre parenthèses)	Affecter alors à un des 2 paramètres restant (les 2 en même temps c'est impossible !) la valeur souhaitée en choisissant N par les relations indiquées
T_e	$F_{\max} \left(F_{\max} = \frac{1}{2T_e} \right)$	$T \left(T = NT_e \right)$ $\Delta f \left(\Delta f = \frac{1}{NT_e} \right)$
F_{\max}	$T_e \left(T_e = \frac{1}{2F_{\max}} \right)$	$T \left(T = NT_e \right)$ $\Delta f \left(\Delta f = \frac{1}{NT_e} \right)$
Δf	$T \left(T = \frac{1}{\Delta f} \right)$	$T_e \left(T_e = \frac{T}{N} \right)$ $F_{\max} \left(F_{\max} = \frac{N}{2} \Delta f \right)$
T	$\Delta f \left(\Delta f = \frac{1}{T} \right)$	$T_e \left(T_e = \frac{T}{N} \right)$ $F_{\max} \left(F_{\max} = \frac{N}{2} \Delta f \right)$

Résultats obtenus :

Base de temps BT (ms)	Fréquence du fondamental F1 ou Δf [Hz]	Fenêtre d'observation $T = 1/\Delta f$ [ms]	Fréquence maxi Fmax [Hz]	Fréquence d'éch. Fe = 2Fmax	Période d'éch. Te = 1/Fe [ms]	Nombre d'échantillons N = T/Te	Nombre de raies
5	50	20	ne fonctionne pas				
10	50	20	2500	5000	0,2	100	50
20	50	20	1250	2500	0,4	50	25
50	50	20	600	1200	0,833	24	12
100	50	20	250	500	2	10	5
> 100	50	20	100	200	5	4	2

3- Analyse du spectre d'un signal Modulé en Largeur d'Impulsion (MLI)

2°) Etude théorique :

a)

$$b) v_r = \frac{A}{T}t = \frac{4A}{T}$$

$$c) V_c = \frac{4A}{T}t_1 \Rightarrow t_1 = T \frac{V_c}{4A}$$

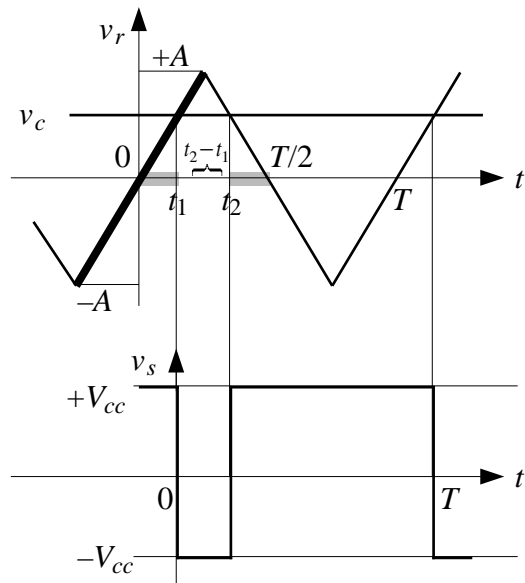
$$d) t_2 - t_1 = \frac{T}{2} - 2t_1 = \frac{T}{2} \left(1 - \frac{V_c}{A} \right)$$

$$e) \alpha = \frac{T - (t_2 - t_1)}{T} = \frac{1}{2} \left(1 + \frac{V_c}{A} \right)$$

f)

$$\bar{V}_s = \frac{V_{cc}\theta - V_{cc}(T - \theta)}{T} = \frac{V_{cc}(2\theta - T)}{T} = V_{cc}(2\alpha - 1)$$

$$g) \bar{V}_s = V_{cc} \left(2 \frac{1}{2} \left(1 + \frac{V_c}{A} \right) - 1 \right) = V_c \frac{V_{cc}}{A}$$



Conclusion : la valeur moyenne de la tension de sortie du modulateur est proportionnelle à la tension de commande.

3°) Analyse du spectre du signal MLI

Le taux de modulation *M* représente le rapport entre l'amplitude de la sinusoïde et celle du signal triangulaire.

n \ M	0,5	0,75	1	1,25	1,5
1	0,489	0,756	0,999	1,104	1,166
3	0,022	0,007	0,009	0,004	0,010
5	0,008	0,009	0,013	0,070	0,170
7	0,036	0,005	0,008	0,008	0,020
9	0,001	0,001	0,006	0,038	0,013
THD	6,2%	1,2%	1,3%	5,1%	10,4%

Ces résultats sont obtenus à l'aide du logiciel de simulation "analyse de Fourier", en prenant un nombre de points égal à 512. On constate que le taux de modulation optimal, qui correspond à un THD minimum, est compris entre 0,75 et 1.

