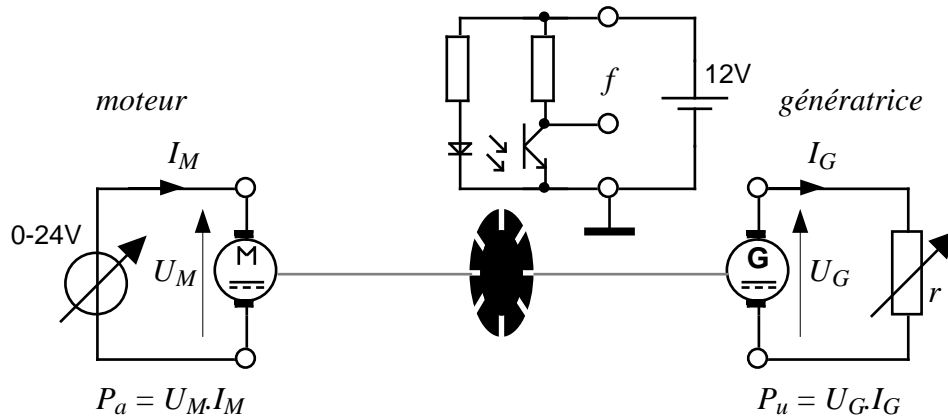


## C32 - Machine à Courant Continu

But : étudier les performances d'un moteur CC à aimant permanent à l'aide de différentes méthodes de mesure. Dans toute la manipulation, on utilisera un tableur et un grapheur.



On dispose d'un groupe de deux machines CC identiques<sup>1</sup>, l'une devant fonctionner en moteur (machine M) et l'autre en génératrice (G). **Noter le  $n^\circ$  des machines.**

On mesure la vitesse du groupe à l'aide d'une roue percée de huit fentes équidistantes fixées sur l'arbre du groupe, passant dans un détecteur optique DEL + phototransistor. Ce détecteur (alimenté sous 12V) produit au passage de chaque fente une courte impulsion d'amplitude 12V. De la fréquence de ces impulsions (mesurée au fréquencemètre), on déduit la vitesse de rotation  $\Omega$  rad/s.

**0a)** Indiquer les relations qui lient la fréquence  $f$  mesurée en Hz et la vitesse exprimée en rad/s ( $\Omega$ ) puis en tr/mn ( $N$ ).

**0b)** Lecture des données constructeur : remplir la première colonne du tableau page 3.

### 1- Mesures des caractéristiques des machines CC par des méthodes graphiques

#### 1.1. Essais à vide à $U$ variable : mesure des constantes de couple

1) *Mesure préliminaire* : faire fonctionner la machine M en génératrice (à vide) et la machine G en moteur (tension d'alimentation  $U$ ). Faire varier  $U$  de 0 à 24V. Relever la tension de sortie  $E = K_M \cdot \Omega$  de la machine M.

Tracer la courbe  $E = f(\Omega)$ . En déduire la valeur de la constante de couple  $K_M$  de la machine M.

Dans toute la suite du TP, on fait fonctionner la machine M en **moteur** et la machine G en **génératrice** (selon schéma ci-dessus).

2) On appelle  $C_F$  le couple de frottements de l'ensemble du groupe.

Les valeurs de  $U_M$  et  $I_M$  sont lues directement sur les afficheurs de l'alimentation.

Faire varier  $U_M$  de 0 à 24V, génératrice à vide (rhéostat  $r$  non connecté). Faire un tableau de mesures de :  $U_M$ ,  $I_M$ ,  $\Omega$  et  $U_G$ .

Tracer les courbes :

$U_G = f(\Omega)$  En déduire :  $K_G$ .

$\Omega = f(U_M)$ . En déduire  $U_0$ , tension de seuil de démarrage du groupe ;

NB : peut-on mesurer directement  $U_0$  avec une précision satisfaisante ?

Relever  $\Omega_0$ , vitesse à vide du groupe pour  $U_M = 24V$ .

$C = K_M \cdot I_M = f(\Omega)$  Que représente cette courbe ? En déduire une mesure de  $C_F$  pour  $U_M = 24 V$ .

<sup>1</sup> Micromoteurs CROUZET, moteur direct à courant continu à balais,  $\varnothing$  42 mm - 17 W, 24 V sans codeur, ref. 82800037.

### 1.2. Essai en charge à $U$ constant : caractéristique statique, courbes de puissances, rendement ...

a) Soit  $P_F$  l'ensemble des pertes dûes aux frottements. Dessiner le diagramme du bilan des puissances du groupe. Montrer que :  $P_F = P_a - R_M \cdot I_M^2 - R_G \cdot I_G^2 - U_G \cdot I_G$

b) Soit  $U_M = 24V$ . Pour  $r$  variant de 0 à  $r_{\max}$  (par action sur le rhéostat), faire un tableau de mesures de :  $I_M, \Omega, U_G, I_G$ .

c) Exprimer  $R_M$  en fonction de  $U_M, I_M, K_M$  et  $\Omega$ . A la suite du tableau de mesures, remplir une colonne des valeurs de  $R_M$  calculées en chaque point de mesure. En déduire la valeur moyenne de  $R_M$ . NB : peut-on mesurer directement à l'ohmmètre  $R_M$  avec une précision satisfaisante ?

Faire de même pour  $R_G$ .

d) Compléter le tableau précédent en calculant en chaque point, dans cet ordre : la puissance absorbée par le moteur  $P_a = U_M \cdot I_M$  ; la puissance de pertes  $P_F$  ; le couple moteur  $C_M = K_M \cdot I$  , le couple de frottements du groupe  $C_F = P_F / \Omega$  ; la puissance disponible sur l'arbre du moteur (machine M)  $P_{em} = P_a - R_M \cdot I_M^2$  ; le rendement théorique du moteur  $\eta = P_{em} / P_a$ .

e) Tracer sur le même graphe les courbes  $P_a(\Omega)$ ,  $P_F(\Omega)$  et  $P_{em}(\Omega)$ . Tracer sur un autre graphe  $C_M(\Omega)$  et  $C_F(\Omega)$ . Enfin, tracer  $\eta(\Omega)$  sur un troisième graphe.

f) Que représente la courbe  $C_M(\Omega)$  ? Afficher une courbe de tendance (type linéaire) sur le graphe EXCEL avec son équation, pour en déduire le couple de démarrage  $C_d$ , le courant de démarrage  $I_d$  et la vitesse maximale  $\Omega_{\max}$  théoriques du moteur. Ces mesures sont-elles directement comparables aux données constructeur ?

Mesurer : la puissance utile maximale  $P_{em\max}$  (préciser la vitesse en ce point, en tours/mn) ; le rendement maximal  $\eta_{\max}$  (préciser la vitesse en ce point, en tours/mn)

Préciser les valeurs nominales (c'est-à-dire à 2000 tr/mn par définition du constructeur) de  $I_M, C_M, P_a, P_{em}, \eta$ .

g) Compléter le tableau page 3, colonne *Mesures*.

h) Des deux hypothèses suivantes, laquelle est la plus vraisemblable ? :

- le couple  $C_F$  est constant (c'est-à-dire indépendant de  $\Omega$ )

- la puissance de pertes  $P_F$  est constante.

Justifier la réponse par le calcul des variations relatives, resp.  $\frac{\Delta C_F}{\langle C_F \rangle}$  et  $\frac{\Delta P_F}{\langle P_F \rangle}$ , puis par son

interprétation physique : quelle est la nature des frottements (secs, visqueux, ...) présents dans ce système ?

## 2. Procédure de mesure de quelques caractéristiques du moteur CC par calcul

Pour déterminer les caractéristiques et les performances du moteur (machine M), on choisit deux points de fonctionnement différents, par exemple le point où la machine G fonctionne en génératrice à vide (*indice 0*) et le point correspondant au fonctionnement à vitesse nominale (*indice n*), soit 2000 tr/mn. On note  $I_0$  la valeur de  $I_M$  à vide et  $I_n$  la valeur de  $I_M$  à vitesse nominale.

La procédure consiste à ne retenir pour ces deux points que les grandeurs  $I_M$  et  $\Omega$  (mesurées dans le § 1), sans tenir compte des grandeurs côté charge.

a) Sachant que :  $U_M = K_M \cdot \Omega + R_M \cdot I_M$ , montrer que :  $R_M = \frac{U(\Omega_0 - \Omega_n)}{I_n \Omega_0 - I_0 \Omega_n}$  ;  $K_M = \frac{U(I_n - I_0)}{I_n \Omega_0 - I_0 \Omega_n}$ .

A.N.

b) Etablir l'équation de la caractéristique mécanique  $C_m = f(\Omega)$  du moteur. En déduire les expressions des valeurs maximales du couple moteur (couple de démarrage  $C_d$  théorique), du courant

moteur (courant de démarrage  $I_d$  théorique) et de la vitesse (vitesse à vide  $\Omega_{\max}$  théorique). A.N.

c) Sachant que  $P_a = U_M I_M$  et  $P_{em} = E_M I_M$ , montrer que, si on néglige les frottements :

$$P_a = -\frac{K_M U_M}{R_M} \Omega + \frac{U_M^2}{R_M} ; P_u = -\frac{K_M^2}{R_M} \Omega^2 + \frac{K_M U_M}{R_M} \Omega$$

d) En dérivant cette dernière expression par rapport à  $\Omega$ , établir l'expression littérale de la puissance utile maximale et de la vitesse en ce point. A.N.

e) Compléter le tableau page 3, colonne *Calculs*.

### 3. Comportement dynamique, génératrice à vide

a) Soit  $J$  le moment d'inertie du groupe.

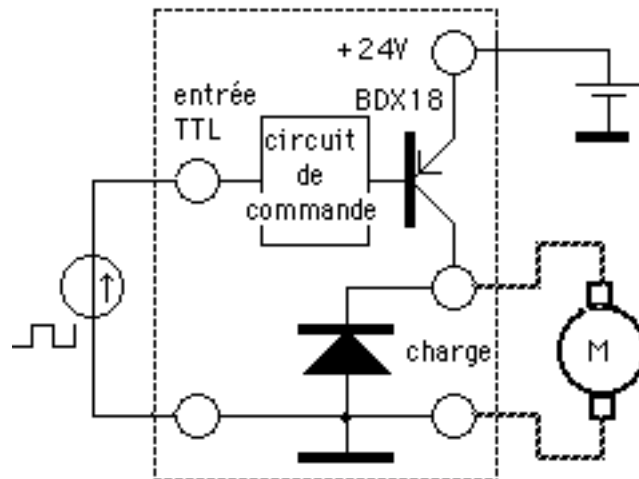
On pose :  $U'_M = U_M - U_0$  où  $U_0$  est la tension de seuil de démarrage du groupe.

Établir l'expression de la fonction de transfert du groupe  $T(p) = \frac{\Omega}{U'_M}$  en fonction de  $K_M$ ,  $R_M$ , et  $J$

lorsque la génératrice est à vide.

En déduire l'expression de la constante de temps mécanique  $\tau$  du groupe.

b)



Commander le hacheur qui alimente le moteur (schéma ci-contre, cf TP C23) par un générateur basse fréquence du laboratoire (sortie *pulse* ou *TTL*, fréquence  $\approx 1$  à  $2$  Hz). Observer la tension  $U_G$  avec l'oscilloscope numérique. Mesurer  $\tau$ .

c) En déduire  $J$ , puis  $J_M$  (moment d'inertie du moteur) en supposant les 2 machines identiques et en tenant compte de l'inertie du disque, que l'on estimera.

### 4. Conclusion générale

Reporter les caractéristiques du moteurs fournies par le constructeur dans le tableau II, ainsi que les résultats des mesures obtenues par des méthodes graphiques (§1) et ceux obtenus par calcul (§2).

Evaluer la pertinence de ces procédures. Quelles améliorations pourrait-on apporter ?

**Tableau récapitulatif**

			Données construc.	Mesures (§ 1 & 3)	Calculs (§ 2)
<b>Tension nominale</b>	V	U	24	24	24
<b>Caractéristiques à vide</b>					
Vitesse de rotation	tr/mn	No			
Puissance absorbée	W	Pao			
Courant absorbé	A	Io			
<b>Caractéristiques nominales</b>					
Vitesse de rotation	tr/mn	Nn	2000	2000	2000
Couple	mNm	Cn			
Puissance utile	W	Pun			
Puissance absorbée	W	Pan			
Courant absorbé	A	In			
Rendement	%	$\eta$			
<b>Caractéristiques générales</b>					
Puissance utile maximum	W	Pumax			
Couple de démarrage	mNm	Cd			
Courant de démarrage	A	Id			
Résistance	$\Omega$	R			
Constante de couple	Nm/A	K			
Constante de temps mécanique	s	$\tau$			
Inertie	g.cm <sup>2</sup>	J			

## Commentaires

### 2. Procédure de mesure de quelques caractéristiques d'un moteur CC par calcul

NB : pour alléger l'écriture, on notera simplement  $R$  et  $K$  les paramètres  $R_M$  et  $K_M$  du moteur.

$$\text{Rappels des équations de base : } \begin{cases} U = E + RI & (\text{loi des mailles}) \\ E = K\Omega & (\text{fem moteur}) \\ C_m = KI & (\text{couple moteur}) \\ C_m = C_r & (\text{couple moteur} = \text{couple résistant}) \end{cases}$$

Pour exécuter cette procédure, il faut se donner deux points de fonctionnement, par exemple le fonctionnement à vide (indice 0) et le fonctionnement nominal (indice  $n$ ) pour une tension d'alimentation  $U$  constante. Ces mesures permettent de connaître respectivement  $I_0$ ,  $\Omega_0$ ,

$$N_0 = \frac{60}{2\pi}\Omega_0, P_{a0} = U.I_0, \text{ et } I_n, \Omega_n, N_n = \frac{60}{2\pi}\Omega_n, P_{an} = U.I_n.$$

Le déroulement des calculs est alors détaillé ci dessous :

a) Calcul de  $R$  :

$$\begin{cases} U = K\Omega_0 + RI_0 \\ U = K\Omega_n + RI_n \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} U\Omega_n = K\Omega_0\Omega_n + RI_0\Omega_n & (1 : \text{multiplication par } \Omega_n) \\ U\Omega_0 = K\Omega_0\Omega_n + RI_n\Omega_0 & (2 : \text{multiplication par } \Omega_0) \end{cases}$$

$$(2) - (1) \Rightarrow U(\Omega_0 - \Omega_n) = R(I_n\Omega_0 - I_0\Omega_n)$$

$$\Rightarrow R = \frac{U(\Omega_0 - \Omega_n)}{I_n\Omega_0 - I_0\Omega_n}$$

NB : cette mesure est plus précise qu'une mesure directe de  $R$  à l'ohmmètre car la présence des balais rend celle-ci délicate.

Calcul de  $K$  :

$$\begin{cases} U = K\Omega_0 + RI_0 \\ U = K\Omega_n + RI_n \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} UI_n = K\Omega_0 I_n + RI_0 I_n & (1 : \text{multiplication par } I_n) \\ UI_0 = KI_0\Omega_n + RI_n I_0 & (2 : \text{multiplication par } I_0) \end{cases}$$

$$(1) - (2) \Rightarrow U(I_n - I_0) = K(I_n\Omega_0 - I_0\Omega_n)$$

$$\Rightarrow K = \frac{U(I_n - I_0)}{I_n\Omega_0 - I_0\Omega_n}$$

b) De l'équation  $U = E + RI = K\Omega + R\frac{C_m}{K}$  on déduit l'équation de la caractéristique mécanique

statique du moteur :  $C_m = -\frac{K^2}{R}\Omega + \frac{KU}{R}$ . La vitesse théorique maximale vaut alors  $\Omega_{\max} = \frac{U}{K}$ . On

calcule :

- Couple maximal théorique = couple de démarrage obtenu par définition pour  $\Omega = 0$  :

$$\Rightarrow C_d = \frac{KU}{R}$$

- Courant de démarrage = courant obtenu par définition lorsque  $\Omega = 0$  (soit  $E = 0$ ).

$$\Rightarrow I_d = \frac{U}{R}$$

c) De l'équation  $U = E + RI = K\Omega + RI$  on déduit :  $I = -\frac{K}{R}\Omega + \frac{U}{R}$ . D'où :

- Puissance absorbée :  $P_a = UI$  :

$$\Rightarrow P_a = -\frac{KU}{R}\Omega + \frac{U^2}{R}$$

- Puissance utile :  $P_u = P_a - RI^2 = UI - RI^2 = (U - RI)I = EI = K\Omega I$  (si on néglige les "pertes Fer", dont les frottements) :

$$\Rightarrow P_u = -\frac{K^2}{R}\Omega^2 + \frac{KU}{R}\Omega$$

d) Pour calculer la puissance utile maximale, on dérive l'expression de  $P_u$  en fonction de  $\Omega$ . Il vient :

$$\frac{dP_u}{d\Omega} = -2\frac{K^2}{R}\Omega + \frac{KU}{R}$$

Cette expression s'annule pour  $\Omega = \frac{U}{2K} = \frac{\Omega_{\max}}{2} \Leftrightarrow N = \frac{N_{\max}}{2}$

$$\Rightarrow P_{u \max} = \frac{U^2}{2R}$$

Quant au rendement, on trouve :  $\eta = \frac{P_u}{P_a} = \frac{-\frac{K^2}{R}\Omega^2 + \frac{KU}{R}\Omega}{-\frac{KU}{R}\Omega + \frac{U^2}{R}} = \frac{K\Omega(-K\Omega + U)}{U(-K\Omega + U)}$ , soit, après

simplification,  $\eta = \frac{K}{U}\Omega$  : le rendement est une fonction linéaire de la vitesse, qui atteint 100% en  $\Omega_{\max}$ .

### Procédure améliorée.

L'expérience montre, en réponse à la question 1.2.h, qu'en général c'est le couple de frottements  $C_F$  qui est (relativement...) constant, c'est-à-dire indépendant de la vitesse, et non la puissance de pertes  $P_F$ . Les pertes sont donc dûes essentiellement à un couple de frottements secs, que l'on peut évaluer à partir de la vitesse à vide, sachant que le couple résistant se limite alors au couple de frottements (en négligeant toutes autres pertes hormis les pertes Joule au stator) :

$$U = K\Omega_0 + RI_0 = K\Omega_0 + R\frac{C_F}{K}$$

On pose :  $U_0 = \frac{RC_F}{K} \Leftrightarrow \Omega_0 = \frac{U - U_0}{K}$ . La quantité  $\Omega_0$  n'est autre que la vitesse maximale théorique  $\Omega_{\max}$ , et la quantité  $U_0$  est la tension de seuil de démarrage (*voir cours*). Connaissant  $U_0$ , il est alors possible d'affiner le calcul précédent :

a) Calculs de  $R$  et  $K$  sans changement.

b) Calcul de  $I_d$  sans changement.

- Calcul de  $C_d$  : au démarrage, le couple utile de démarrage vaut maintenant :

$$C_{ud} = C_d - C_F = \frac{U - U_0}{K}$$

c) Calcul de la puissance absorbée  $P_a$  sans changement.

- Calcul de la puissance utile :  $P_u = K\Omega I - C_f \Omega = K\Omega I - \frac{KU_0}{R}\Omega$

$$\Rightarrow P_u = -\frac{K^2}{R}\Omega^2 + \frac{K(U-U_0)}{R}\Omega$$

d) Pour calculer la puissance utile maximale, on dérive l'expression de  $P_u$  en fonction de  $\Omega$ . Il vient :

$$\frac{dP_u}{d\Omega} = -2\frac{K^2}{R}\Omega + \frac{K(U-U_0)}{R}$$

Cette expression s'annule pour :  $\Omega = \frac{U-U_0}{2K} = \frac{\Omega_{\max}}{2} \Leftrightarrow N = \frac{N_{\max}}{2}$

$$\Rightarrow P_{u \max} = \frac{(U-U_0)^2}{2R}$$

Quant au rendement, on trouve :  $\eta = \frac{P_u}{P_a} = \frac{-\frac{K^2}{R}\Omega^2 + \frac{K(U-U_0)}{R}\Omega}{-\frac{KU}{R}\Omega + \frac{U^2}{R}} = \frac{K(-K\Omega^2 + \Omega(U-U_0))}{U(-K\Omega + U)}$

On cherche le rendement maximal en annulant l'expression  $\frac{d\eta}{d\Omega}$  sachant que :

$$\eta' = \frac{P_u'P_a - P_uP_a'}{P_a^2} = 0 \text{ pour } P_u'P_a - P_uP_a' = 0$$

En ne considérant que les termes entre parenthèses, il vient :

$$(-2K\Omega + U - U_0)(-K\Omega + U) - (-K\Omega^2 + \Omega(U - U_0))(-K) = 0$$

$$\Leftrightarrow 2K^2\Omega^2 - K\Omega(U - U_0) - 2KU\Omega + U(U - U_0) - K^2\Omega^2 + K\Omega(U - U_0) = 0$$

$$\Leftrightarrow K^2\Omega^2 - 2KU\Omega + U(U - U_0) = 0$$

Cette dernière équation, du second degré, a pour solutions :

$$\Omega = \frac{2KU \pm \sqrt{4K^2U^2 - 4K^2U(U - U_0)}}{2K^2} = \frac{U \pm \sqrt{UU_0}}{K}$$

dont seule la solution la plus petite a un sens physique puisque la vitesse ne peut être supérieure à sa valeur maximale  $\Omega_{\max} = \frac{U}{K}$ . Il reste :

$$\Rightarrow \Omega = \frac{U}{K} \left( 1 - \sqrt{\frac{U_0}{U}} \right)$$

Il reste à calculer  $\eta_{\max}$  en remplaçant  $\Omega$  par cette valeur dans l'expression de  $\eta$ . Pour faciliter ce

calcul, on écrit l'expression de  $\eta$  en faisant apparaître le terme  $\frac{K\Omega}{U} = 1 - \sqrt{\frac{U_0}{U}}$  :

$$\Rightarrow \eta = \frac{K\Omega}{U} \cdot \frac{-K\Omega + U - U_0}{-K\Omega + U} = \frac{K\Omega}{U} \cdot \frac{-\frac{K\Omega}{U} + 1 - \frac{U_0}{U}}{-\frac{K\Omega}{U} + 1} = \left( 1 - \sqrt{\frac{U_0}{U}} \right) \frac{-1 + \sqrt{\frac{U_0}{U}} + 1 - \frac{U_0}{U}}{-1 + \sqrt{\frac{U_0}{U}} + 1}$$

$$\Rightarrow \eta_{\max} = \left( 1 - \sqrt{\frac{U_0}{U}} \right)^2$$

**Exemple :**

On indique ci-dessous les caractéristiques fournies par le constructeur (*en italique*). Si on se donne ou si on mesure la vitesse et le courant absorbé, respectivement à vide et en fonctionnement nominal ( $N_0$ ,  $I_0$ ,  $N_n$ ,  $I_n$ , **en caractères gras**), les deux procédures de calculs aboutissent aux résultats suivants :

micromoteur CROUZET ref 82800037			Données construct.	Formules (procédure simplifiée)	Procédure simplifiée	procédure améliorée
<b>Tension nominale</b>	V	U	<i>24</i>		<b>24</b>	<b>24</b>
<b>Caractéristiques à vide</b>						
Vitesse de rotation	tr/mn	No	<i>2750</i>		<b>2750</b>	<b>2750</b>
	rad/s	$\Omega_0$		$= 2\pi N_0/60$	288,0	288,0
Puissance absorbée	W	Pao	<i>4,3</i>	$= U \cdot I_0$	4,32	4,32
Courant absorbé	A	Io	<i>0,18</i>		<b>0,18</b>	<b>0,18</b>
<b>Caractéristiques nominales</b>						
Vitesse de rotation	tr/mn	Nn	<i>2000</i>		<b>2000</b>	<b>2000</b>
	rad/s	$\Omega_n$		$= 2\pi N_n/60$	209,4	209,4
Couple	mNm	Cn	<i>75</i>	$= K \cdot I_n$	87	87
Puissance utile	W	Pun	<i>15,6</i>	$= P_{an} - R \cdot I_n^2$ [*]	18,2	14,1
Puissance absorbée	W	Pan	<i>26,4</i>	$= U \cdot I_n$	26,4	26,4
Courant absorbé	A	In	<i>1,1</i>		<b>1,1</b>	<b>1,1</b>
Rendement	%	$\eta$	<i>59%</i>	$= P_u/P_a$	69%	54%
<b>Caractéristiques générales</b>						
Puissance utile maximum	W	Pumax	<i>17</i>	$= U^2/4R$ [*]	21	19
Couple de démarrage	mNm	Cd	<i>210</i>	$= KU/R$ [*]	281	267
Courant de démarrage	A	Id	<i>2,7</i>	$= U/R$	3,6	3,6
Résistance	$\Omega$	R	<i>7,7</i>	$= U(\Omega_0 - \Omega_n)/(I_n \Omega_0 - I_0 \Omega_n)$	6,8	6,8
Constante de couple	Nm/A	K	<i>0,0724</i>	$= U(I_n - I_0)/(I_n \Omega_0 - I_0 \Omega_n)$	0,0791	0,0791
tension de seuil de démarrage	V	Uo		$= U - K\Omega_0$		1,2
rendement maximum	%	$\eta$		$= (1 - \sqrt{(U_0/U)})^2$		60%

[\*] Pour la procédure améliorée, les formules signalées deviennent respectivement (voir plus haut) :

$$P_u = P_{an} - RI_n^2 - \frac{KU_0}{R} \Omega_n$$

$$P_{u\max} = \frac{(U - U_0)^2}{2R}$$

$$C_{ud} = \frac{U - U_0}{K}$$

**Conclusion :** la procédure améliorée permet de mieux approcher les caractéristiques fournies par le constructeur. On observe toutefois des différences dues au fait que l'on a négligé notamment les pertes Fer et la saturation du circuit magnétique. L'expérience montre cependant que l'emploi de cette méthode de mesure indirecte appliquée à un moteur réel fournit des résultats proches de ceux que l'on obtient par une batterie de tests plus complète, comme celle qui a été décrite dans le premier paragraphe du TP.

Si l'on trace l'évolution de la puissance absorbée, de la puissance utile et du rendement selon les formules obtenues précédemment, on obtient le graphe ci-dessous. En traits pleins figurent les



résultats de la procédure simplifiée (où  $U_0 = 0$ ) et en pointillé ceux de la procédure améliorée (pour laquelle  $U_0 \neq 0$ ).

